

НІЖИНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИКОЛИ ГОГОЛЯ

Фізико-математичні записки

Збірник наукових праць

Ніжин – 2013

Збірник друкується за рішенням Вченої ради
Ніжинського державного університету імені Миколи Гоголя
Протокол від 07.11.13 р. №3

Редакційна колегія:

канд. фіз.-мат. н. Ковальчук Ю. О. (відп. ред. і відп. секретар),
докт. техн. н. Казачков І.В., докт. фіз.-мат. н. Мельничук О. В.,
докт. фіз.-мат. н. Зінченко Н.М., канд. пед. н. Опанасенко В.Г.

Рецензенти:

докт. фіз.-мат. н., професор ***Авраменко О.В.***,
докт. пед. н., професор, член-кореспондент АПН України ***Бурда М.І.***

До збірника включені наукові статті викладачів, наукових співробітників та аспірантів кафедр вищої математики, прикладної математики, інформатики та освітніх вимірювань, фізики Ніжинського державного університету ім. Миколи Гоголя з актуальних питань вищої та прикладної математики, фізики, інформатики, методики викладання дисциплін фізико-математичного циклу. Ряд статей присвячено 145 річниці з дня народження видатного українського математика Георгія Вороного.

Для фахівців у галузі математики, фізики, інформатики, освітніх вимірювань, педагогіки вищої та середньої школи.



Математика

УДК 621.039.586+ 519.7

ДО РОЗРОБКИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ ЗІ ЗСУВНИМИ АРГУМЕНТАМИ

Джамшид Гараханлу, О.В. Коновал, І.В. Казачков

Актуальність проблеми пов'язана з необхідністю дослідження та розрахунку складних систем, відносно яких відсутні повні дані та режими яких суттєво залежать від різних ускладнюючих факторів (не лінійності, залежності аргументів від зсувів у часі і т.д.). Стаття присвячена проблемі розробки математичних моделей складних об'єктів, які мають однією з ускладнюючих особливостей залежність аргументів від часових зсувів (запізнень або/чи випереджень у часі за одним чи декількома параметрами). Автори розглядають в якості моделей складні нелінійні диференціальні рівняння або системи рівнянь, для яких ставиться задача Коші, рішення останньої має допомогти досліднику зрозуміти особливості поведінки складної системи, відносно якої, можливо, немає повних даних. Аналізуються особливості поведінки деяких цікавих для дослідження потенційно небезпечних об'єктів, які можна змоделювати та провести обчислювальні експерименти на ЕОМ з метою виявлення цікавих для практики особливостей. Зокрема, подібні до розглянутих математичні моделі можуть бути рекомендовані для виявлення і дослідження особливостей поведінки складних небезпечних систем, пошуку аварійних режимів, тактичного та стратегічного планування, оптимального керування об'єктами, тощо.

Моделювання складних об'єктів зі зсувними аргументами, особливо – потенційно небезпечних об'єктів, має на меті встановлення загальних властивостей таких систем та закономірностей їх функціонування. Це дає змогу аналізувати критичні і навіть катастрофічні явища, співвідношення параметрів, інші особливості, а відтак запобігти небажаним режимам та, можливо, хоча б до певної міри керувати безпекою потенційно небезпечних систем чи запобігати небезпеці спеціальним вибором умов і параметрів. Ситуаційне моделювання на основі математичних моделей дозволяє ставити задачу тактичного та стратегічного планування роботи складних об'єктів різної природи та призначення.

У більшості випадків складні природні та технічні об'єкти не дають змоги побудувати їх точні математичні моделі за браком певних даних про їхню структуру, зв'язок параметрів, внаслідок надто великої кількості параметрів, що визначають їх поведінку, невідомих зв'язків між ними, принципової неможливості точних вимірів параметрів, тощо.

Постановка задачі, з урахуванням вищерозглянутих особливостей може бути така. Оскільки повна інформація про складну систему відсутня або принципово неможлива (принаймні з оціненою точністю), в багатьох випадках будують так звані агреговані математичні моделі, які враховують найбільш відомі (впливові) параметри та відомі якісні і кількісні дані про них. Це може бути тільки першим кроком до побудови необхідної для досліджень моделі, яка надалі може уточнюватись, але іноді навіть таких робастних моделей виявляється досить для виконання поставленої практичної цілі.

Теорія нелінійних динамічних систем зі зсувними аргументами є підходящим математичним інструментом для виконання вищеописаної задачі. Властивості багатьох реальних об'єктів суттєво залежать від ефекту післядії, який полягає в тому, що їх поведінка в наступний момент часу залежить від попередньої історії розвитку, а не тільки від поточного стану об'єкта. Найпростіші випадки подібних систем вивчали в теорії функціонально-диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами (запізненнями та випередженнями): [1-19]. Реальні об'єкти значно складніші, оскільки вони навіть при спрощенні описуються системами диференціальних рівнянь, аргументи яких залежать від багатьох відхиляючих аргументів, що до того ж можуть самі залежати від часу та один від одного.

За декілька десятиліть отримані фундаментальні результати теорії динамічних систем з запізнюючими та випереджаючими аргументами сформували теорію диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами, яка на протязі останніх 20 років застосовувалась до моделювання різних складних систем з широкого кола різноманітних галузей науки, техніки, господарства. Розробці чисельних алгоритмів рішення задач, а також їх застосуванню присвячено чимало робіт в усьому світі, наприклад, [2, 4-6, 11-17], де рівнянням з випередженнями майже не приділялось уваги, за виключенням робіт [2, 4], в яких надано класифікацію таких задач.

Щодо нелінійних динамічних систем із запізнюючими та випереджаючими аргументами, то такі розглядались в роботах [7, 20-23]: для моделювання потенційно небезпечних об'єктів ядерної енергетики [20-22], динаміки популяцій в біологічних системах та передачі електричних сигналів в електротехнічних системах високовольтних ліній електропередач [7, 23]. Цікаво, що в теорії керування руху систем з запізненнями застосування необхідних умов оптимальності у формі принципу максимуму Понтрягіна призводить до спряженої системи рівнянь із випередженнями [3]. Постановка більшості крайових задач, які розглядаються у прикладних проблемах, може бути сформульована наступним чином:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x(t), x(t - \tau_1), x(t + \tau_2)), \quad a \leq t \leq b, \quad (1)$$

де $x \in R^n$, $n \in N$, $a \in R$, $b \in R$, $a < b$, τ_1, τ_2 - величини запізнень та випереджень, відповідно, f - деяка задана n -вимірна функція. Система диференціальних рівнянь (1) із запізненнями та випередженнями у часі має бути доповнена також відповідними початковими умовами (задача Коші).

Ефективними методами для розв'язку диференціальних рівнянь із запізнюючими та випереджаючими аргументами є чисельні методи, а також різні методи усереднення диференціальних та інтегральних операторів [24, 25]. Вони дозволили виконати математичне моделювання широкого кола складних процесів та систем, зокрема, моделювання динаміки поведінки потенційно небезпечних виробництв, базуючись на статистичних відомостях про роботу об'єктів. Так, агрегована модель розвитку ядерних енергетичних об'єктів, побудована та досліджена в роботах [20-22], дозволяє проводити комп'ютерні експерименти для виявлення цікавих особливостей поведінки роботи ядерної енергетичної галузі на рівні атомних електростанцій чи окремих блоків, всієї галузі і т.д., знаходити оптимальні стратегії, виявляти критичні та аварійно небезпечні ситуації, тощо. Це може певною мірою сприяти покращенню керування відповідними об'єктами та зниженню їх негативного впливу на навколишнє природне середовище. А оскільки подібні складні об'єкти у більшості випадків не дозволяють побудувати їх точні детерміновані математичні моделі внаслідок великої кількості впливових параметрів та нерідко невідомих зв'язків між ними, то агреговані моделі, побудовані на статистичних даних про об'єкт, можуть послугувати для вивчення природи та поведінки об'єктів. Наприклад, що стосується об'єктів ядерної енергетики, то агрегована модель достатньо загального вигляду може бути записана так [20]:

$$\frac{dx_i}{dt} = (N_i - x_i) \cdot (a_{i0} + \sum_{j=0}^n a_{ij} \cdot (N_j - x_j)), \quad (2)$$

де: x_i - параметри моделі, N_i - можливі граничні значення i -ого параметра, a_{ij} - коефіцієнти, визначення яких - задача ідентифікації об'єкта за статистичними даними про роботу об'єкта, n - число параметрів, $i=1, 2, \dots, n$. Строго говорячи, a_{ij} можуть бути деякими функціями часу; N_i можуть варіюватись у відповідності до розглядуваної проблеми (тактичне чи стратегічне планування, дослідження критичних та аварійних ситуацій, тощо). Границі зміни параметрів системи (2) визначаються їх близькістю до відповідних гранично можливих значень, що може бути визначено як властивість насичення за відповідним параметром системи [1].

Таким чином, вищенаведена система нелінійних диференціальних рівнянь (2) з відповідними початковими умовами дозволяє моделювати динаміку розвитку складного об'єкта в часі до моменту досягнення ним певних запланованих показників чи то режимів, наприклад, наси-

чення за певним параметром (досягнення граничних значень відповідного параметра), визначення критичних моментів часу у розвитку об'єкта, знаходження катастрофічних ситуацій, а також інших цікавих невідомих чи заданих особливостей поведінки системи. Значення змінних x_i можуть представляти у згаданому випадку, наприклад, чисельність персоналу та управлінців на підприємстві, кількість виробляємої продукції, витрати на ремонт та відновлення різного устаткування та допоміжного обладнання, ліквідацію нанесеного порушення екологічної рівноваги природному середовищу, рівень культури безпеки виробництва і т.д. Ці параметри x_i можуть змінюватись в діапазоні від 0 до N_i і тому розглядувану систему можна нормувати за обраним масштабом відповідного параметра.

Розробка агрегованої моделі об'єкта починається з обчислення констант системи диференціальних рівнянь (2). Це можна зробити одним з відомих методів ідентифікації, базуючю на наявних статистичних даних паро об'єкт або ж прийняти спочатку наближені значення з досвіду і надалі їх уточнювати. Система (2) може мати також деякі обмеження з різних причин відносно природи реального об'єкта чи умов його функціонування. Розглянемо, наприклад, математичну модель ядерного енергетичного об'єкта [20-22], який характеризується наступними параметрами:

x_1, x_2 - чисельність робітників та управлінців, відповідно;

x_3 - загальна кількість продукції, що виробляється підприємством;

x_4 - витрати на ремонт та відновлення підприємства;

x_5 - витрати на попередження забруднень оточуючого середовища та ліквідацію забруднень, що вже сталися;

x_6 - рівень культури безпеки на об'єкті.

Рівень культури безпеки можна виміряти у діапазоні $[0, 1]$, якщо прийняти закон збереження субстанції, за яким біполярний *Universum* складається з двох протиріч – абсолютно високої та абсолютно низької культури (1 – ідеально висока, 0 – повна відсутність культури) [26, 27]. Тоді значення змінної $x_6=0$ буде відповідати повній відсутності будь-якої культури безпеки, тоді як протилежний випадок $x_6=1$ буде відповідати найвищому рівню культури безпеки, який можна вважати ідеальним та практично недосяжним насправді.

Доречно також розглянути математичну модель об'єкта у безрозмірному вигляді, який є більш загальним і зручним для проведення вивчення властивостей системи. Для цього всі параметри системи віднесемо до їх граничних значень і з системи рівнянь (2) отримаємо наступну безрозмірну систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= [b_{10} + b_{11}(1 - y_1) + b_{12}(1 - y_2) + b_{13}(1 - y_3)](1 - y_1), \\ \frac{dy_2}{dt} &= [b_{20} + b_{21}(1 - y_1) + b_{22}(1 - y_2) + b_{23}(1 - y_3)](1 - y_2), \\ \frac{dy_3}{dt} &= [b_{30} + b_{31}(1 - y_1) + b_{32}(1 - y_2) + b_{33}(1 - y_3) + b_{34}(1 - y_4) + b_{35}(1 - y_5) + b_{36}y_6](1 - y_3), \\ \frac{dy_4}{dt} &= [b_{40} + b_{43}(1 - y_3) + b_{44}(1 - y_4) + b_{45}(1 - y_5) + b_{46}y_6](1 - y_4), \\ \frac{dy_5}{dt} &= [b_{50} + b_{53}(1 - y_3) + b_{54}(1 - y_4) + b_{55}(1 - y_5) + b_{56}y_6](1 - y_5), \\ \frac{dy_6}{dt} &= [b_{60} + b_{61}(1 - y_1) + b_{62}(1 - y_2) + b_{63}(1 - y_3)](1 - y_6), \end{aligned} \quad (3)$$

де: $y_i = x_i/N_i, b_{ij} = a_{ij}N_j, b_{i0} = a_{i0}, y_6 = x_6$. Поставимо також обмеження вигляду $N_4 + N_5 \leq N_3$.

Для безрозмірного часу t в системі рівнянь (3) обрано характерний проміжок часу T . А такий важливий показник як рівень безпеки об'єкта приймемо за пропозицією робіт [20-22]:

$$V = q \frac{1 + \alpha_1 y_1 + \beta_1 y_2}{1 + \alpha_2 y_1 + \beta_2 y_2} \cdot \frac{y_3 y_4 y_6}{y_5} \quad (4)$$

Тут в рівнянні (4) маємо: q - параметр поточного технологічного рівня розвитку суспільства на даний момент, α_i, β_i - коефіцієнти, які мають бути визначені при розгляді конкретної системи.

Показник безпеки об'єкта у прийнятому вигляді (4) показує, що $V \rightarrow 0$ при $y_3, y_4, y_6 \rightarrow 0$, і $V \rightarrow \infty$ при $y_5 \rightarrow 0$. При $y_1, y_2 \rightarrow 0$ індикатор загального рівня безпеки визначається не тільки кількістю працюючого персоналу, але також рівнем індивідуальних і соціальних потреб. Таким чином, прийнятий рівень безпеки логічно відповідає практичним даним та загальним міркуванням і видається придатним до використання при моделюванні складних систем.

Аналіз нелінійності системи. Нелінійність моделей завжди викликає непередбачувані властивості та особливості поведінки, у тому числі – існування різних особових та критичних параметрів і відповідних режимів роботи систем. Можливі точки біфуркації, в яких система різко перескакує з одного режиму на інший (як правило, зовсім відмінний від попереднього), аттракторів (притягуючих множин траєкторій у фазовому просторі руху системи, до яких всі інші траєкторії наближуються за будь-яких початкових умов), та інші особливості. Дослідження нелінійних особливостей поведінки систем в багатьох випадках є конче важливим для розуміння особливостей їх поведінки, які можуть бути сильно непередбачуваними. Так, знаючи основні критичні режими та відповідні їх параметри і закони управління ними, можна спробувати оптимізувати систему і запобігти попаданню об'єкта у критичний стан.

Для особи, що приймає рішення про роботу системи, інформація про її особливі значення параметрів та їх комплексів, що призводять до критичних режимів роботи, може надати допомогу для запобігання таким режимам. Можливі затримки та випередження за параметрами у часі, які можуть бути викликані різними причинами, зокрема, кінцевою швидкістю розповсюдження інформації та управлінських команд, мають бути дослідженими ретельно і надалі врахованими з розглянутих причин. Наприклад, затримки у часі τ за різними параметрами можуть бути різними та ще й залежати між собою й у часі, тоді це спричиняє значне ускладнення задач як з точки зору практики, так і з математичної точки зору. Деякі результати обчислювальних експериментів, які проводились за описаною методикою на ЕОМ, наведені на Рис. 1, 2, показують можливі особливості поведінки розглянутої системи ядерного енергетичного об'єкта.

Розглянуті функції мають номери від 1 до 6 (x: 1-6), а початкові дані обрані наступні: parameter (part=1.0, omega=2*pi*0.1, phi=pi/2., x_0=0., x_max=60.)

(y1=1.-0.8, y2=1.-0.9, y3=1.-0.8, y4=1.-0.7, y5=1.-0.2, y6=1.-0.5)
 (N1=50000., N2=5000., N3=333333., N4=5000., N5=5000., N6=1.)
 (A10=-0.3, A11= 1.0e-06, A12=-1.0e-05, A13=-1.0e-06, A14= 1.0e-04, A15= 1.0e-04, A16=0.)
 (A20=-0.2, A21= 1.0e-06, A22=-1.0e-05, A23=-1.0e-06, A24= 1.0e-04, A25= 1.0e-04, A26=0.)
 (A30=-0.1, A31=-1.0e-05, A32=-1.0e-06, A33=-1.0e-05, A34= 1.0e-04, A35= 1.0e-04, A36=-0.1)
 (A40=-0.1, A41=+0.0e-00, A42=+0.0e-00, A43= 1.0e-06, A44=-1.0e-04, A45=-1.0e-04, A46=-0.3)
 (A50=-0.1, A51=+0.0e-00, A52=+0.0e-00, A53= 1.0e-06, A54=-1.0e-04, A55=-1.0e-04, A56=-0.3)
 (A60=-0.34, A61= 1.0e-06, A62= 1.0e-05, A63= 1.0e-06, A64=+0.0e-00, A65=+0.0e-00, A66=0.).

В результаті таких обчислювальних експериментів, як показано на Рис. 1, 2, є можливість помітити та дослідити деякі незвичайні режими, оптимальні, критичні та навіть катастрофічні, тощо. Така інформація про особливості поведінки складного нелінійного об'єкта дозволить створити систему керування ним або ж оптимізувати роботу за заданим критерієм оптимальності.

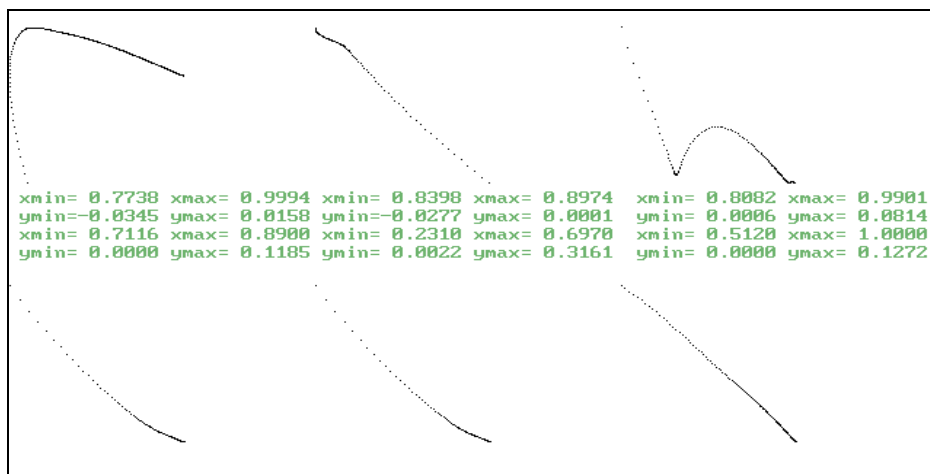
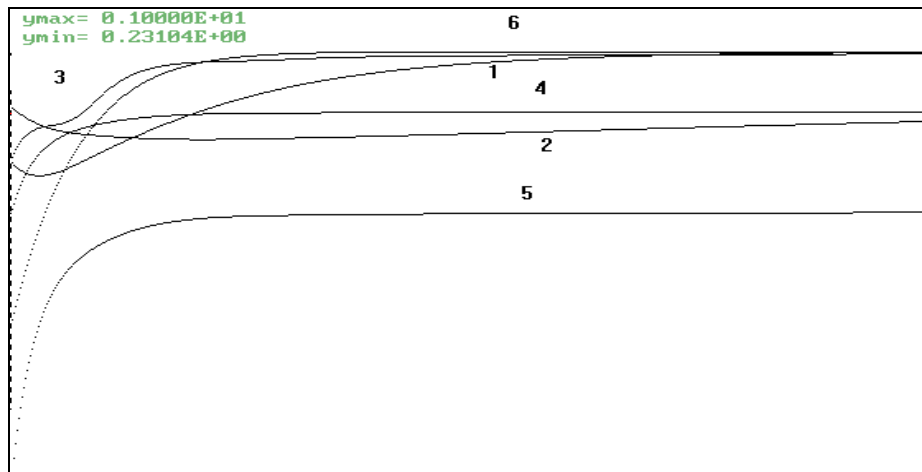
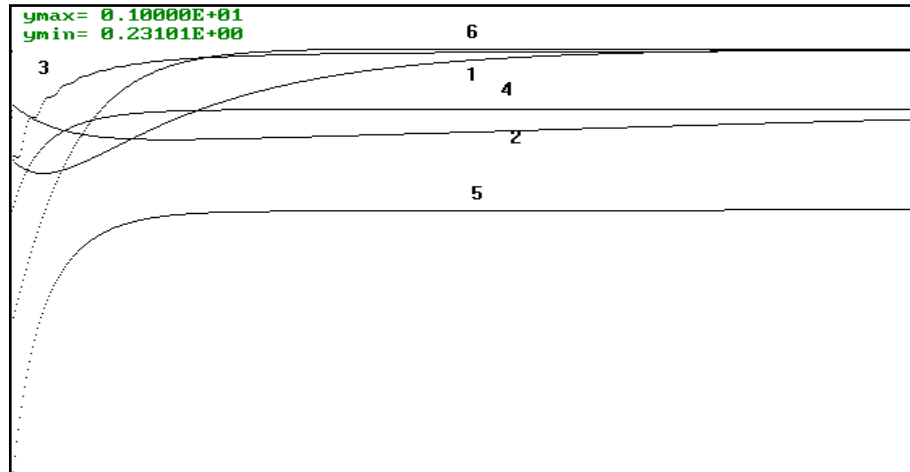


Рис. 1. Зміна параметрів (x: 1-6) у часі та їх фазові портрети

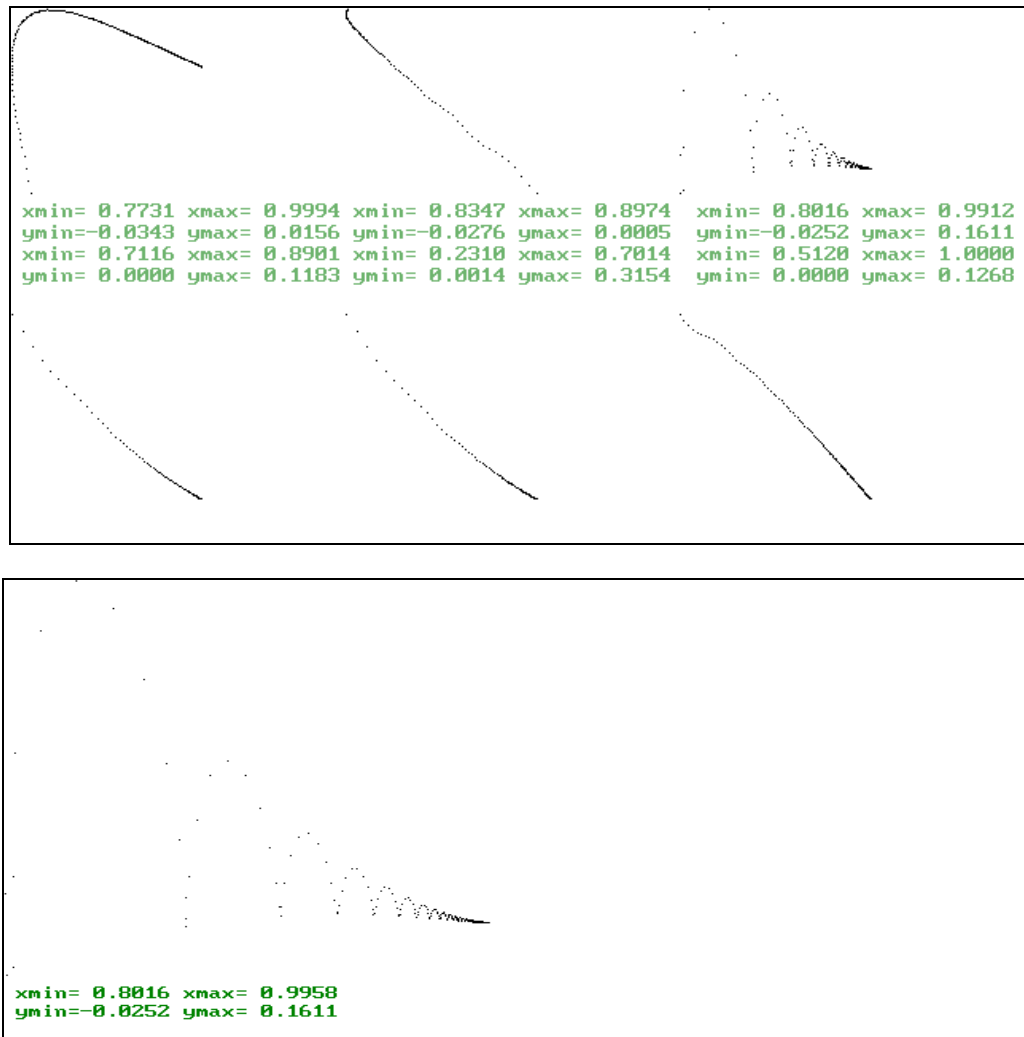


Рис. 2. Залежність параметрів від часу (верхній рисунок) та їх фазові портрети (залежність похідної кожного з параметрів, dx/dt , від значення самого параметра x)

Наприклад, на Рис. 2 показує виділений фрагмент коливального фазового портрету для третьої функції з шести розглянутих функцій, що описують об'єкт. Такого роду особливості можуть свідчити про наявність екстремальної області параметрів, в якій мають місце особливості поведінки об'єкта (критичні режими роботи).

Після визначення констант моделі реального об'єкта, подібні дані дозволяють запобігти деяким небажаним режимам роботи. Так, значні коливання фазових траєкторій свідчать про різкі коливання окремих параметрів та навіть можливі зміни режимів роботи системи при порівняно невеликому коливанні інших параметрів системи. Різниця між представленими на Рис. 1 та Рис. 2 даними невелика, але на Рис. 2 помітна значна осциляція фазової траєкторії третьої функції (у розглянутій моделі це – кількість виробляємої підприємством чи галуззю продукції).

Цікаве непросте питання про визначення констант математичної моделі. Вони мають визначитися на основі порівняння результатів обчислювальних експериментів, проведених за розробленою математичною моделлю, з реальними даними спостережень за роботою об'єкта. Таким чином, розробка математичної моделі об'єкта суттєво залежить від визначення значень її параметрів (параметризація системи, ідентифікація параметрів об'єкта) для кожної розглядуваної гіпотези про структуру системи.

Нерідко задача параметризації системи є некоректно поставленою, а параметри системи є локально неідентифікованими (існує неперервна множина розв'язків). Ця складна проблема має бути дослідженою окремо і в даній роботі вона не розглядається. Параметрична ідентифікація математичної моделі базується на оцінках параметрів та відповідній мірі розхо-

дження відгуків моделі та експериментальних даних. І адекватність побудованих математичних моделей визначають, використовуючи саме вищезначену міру.

Агрегована динамічна модель системи типу розглянутої (1)-(4) може бути корисною, зокрема, для тактичного та стратегічного планування розвитку об'єкта будь-якого рівня на основі ситуаційного комп'ютерного моделювання в широкому діапазоні варійованих параметрів для різних сценаріїв розвитку об'єкта. Виявлені цікаві особливі стани та режими системи, в тому числі - можливі критичні режими і катастрофи, необхідно ретельно вивчати для отримання оптимальних режимів, виключення критичних режимів, для чого необхідно виключити випадки критичних умов роботи, знайдені в обчислювальних експериментах на ЕОМ.

Подальший розгляд агрегованих статистичних динамічних моделей проводимо шляхом побудови теорії керування об'єктом, обираючи керівні параметри $a_{ij}(t)$ оптимальними з умови виконання прийнятих критеріїв. Об'єкт може вийти на заданий режим з прийнятими критеріями чи за набором прийнятих критеріїв: мінімальний час виходу на заданий режим, максимальний рівень виробляємої продукції, мінімальна загроза забруднення навколишнього природного середовища та безпеки персоналу і т.ін.

Наприклад, проблему оптимального керування потенційно небезпечним об'єктом за заданими критеріями можна поставити наступним чином, вводячи для зручності нові змінні $z_i = 1 - y_i$, що призводять до спрощення системи рівнянь (3):

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= (b_{10} + b_{11}z_1 + b_{12}z_2 + b_{13}z_3)z_1, & \frac{dz_2}{dt} &= (b_{20} + b_{21}z_1 + b_{22}z_2 + b_{23}z_3)z_2, \\ \frac{dz_3}{dt} &= (b_{30} + b_{36} + b_{31}z_1 + b_{32}z_2 + b_{33}z_3 + b_{34}z_4 + b_{35}z_5 - b_{36}z_6)z_3, \\ \frac{dz_4}{dt} &= (b_{40} + b_{46} + b_{43}z_3 + b_{44}z_4 + b_{45}z_5 - b_{46}z_6)z_4, & (5) \\ \frac{dz_5}{dt} &= (b_{50} + b_{56} + b_{53}z_3 + b_{54}z_4 + b_{55}z_5 - b_{56}z_6)z_5, & \frac{dz_6}{dt} &= (b_{60} + b_{61}z_1 + b_{62}z_2 + b_{63}z_3)z_6. \end{aligned}$$

Далі для системи (5) записують наступний так званий Гамільтоніан [3]:

$$H(z, p) = \sum_{i=1}^6 p_i z_i \sum_{j=0}^6 b_{ij} z_j. \quad (6)$$

і в рівнянні (6) покладають $z_0 = 1$, а далі функції p_i визначають з наступної системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{dp_i}{dt} = -(p_i \sum_{j=0}^6 b_{ij} z_j + \sum_{j=1}^6 p_j z_j b_{ji}). \quad (7)$$

Виходячи з останнього рівняння (7), проблему оптимального керування об'єктом можна звести до обчислення параметрів $u_m(t)$ ($m=1,2,\dots,M$) з наступної системи рівнянь:

$$\frac{dz_i}{dt} = f_i(z_1, \dots, z_6, u_1, \dots, u_6), \quad (8)$$

де $u_i(t)$ розглядають як додатні керівні функції дискретного часу або $b_{ij}(t)$. При цьому до рівнянь (8) слід також додати функціонал якості у наступному вигляді

$$I = \int_0^T f_0(z_i, u_m) dt, \quad \text{або} \quad \dot{z}_0 = f_0(z_i, u_m), \quad z_0(0) = 0. \quad (9)$$

Згідно теорії оптимального керування, для його реалізації необхідно, щоб $u_m(t)$ задовольняло рівнянню (9) та умові $H(z_i, p_i, u_m) = 0$. Але слід зауважити, що принцип максимуму Понтрягіна надає тільки необхідну умову оптимального керування, але не достатню, тому можливе існування множини різних розв'язків задачі оптимального керування, а також розв'язок може не існувати.

Цікаво, що аналіз системи (2) показує наступні типи стаціонарних рішень:

$$x_i = N_i, \quad x_i = x_i^*,$$

де перше є тривіальним, а друге, x_i^* задовольняє системі рівнянь вигляду:

$$a_{i0} + \sum_{j=1}^n a_{ij}(N_j - x_j) = 0. \quad (10)$$

Рішення $x_i = x_i^*$ єдине, якщо визначник системи (10) ненульовий. А якщо визначник дорівнює нулю, можливі наступні випадки:

- ненульові мінори (n-1)-го порядку, тоді маємо (n-1) прямих $x_i = x_i^*$, що залежать від одного параметра (одна із обраних змінних x_i).
- ненульові мінори (n-k)-го порядку: існує поверхня k-го порядку $x_i = x_i^*$ в n-вимірному параметричному просторі.

Зауважимо, що тут коефіцієнти a_{ij} необхідно обчислювати з реальних даних про функціонування системи, наприклад, за умовою мінімуму середньоквадратичного відхилення розв'язку $x_i(t)$ від реальних параметрів об'єкта $\tilde{x}_i(t)$. Для цього спочатку роблять аналіз особливих точок системи. До того ж в багатьох випадках за перше наближення обирають постійні запізнюючі аргументи τ і спрощують описану модель, яка у загальному випадку має наступний досить складний для рішення вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= [b_{10} + b_{11}z_1(t - \tau_{11}) + b_{12}z_2(t - \tau_{12}) + b_{13}z_3(t - \tau_{13})]z_1(t - \tau_{10}), \\ \frac{dz_2}{dt} &= [b_{20} + b_{21}z_1(t - \tau_{21}) + b_{22}z_2(t - \tau_{22}) + b_{23}z_3(t - \tau_{23})]z_2(t - \tau_{20}), \\ \frac{dz_3}{dt} &= [b_{30} + b_{31}z_1(t - \tau_{31}) + b_{32}z_2(t - \tau_{32}) + b_{33}z_3(t - \tau_{33}) + b_{34}z_4(t - \tau_{34}) + \\ &\quad + b_{35}z_5(t - \tau_{35}) + b_{36}z_6(t - \tau_{36})]z_3(t - \tau_{30}), \\ \frac{dz_4}{dt} &= [b_{40} + b_{43}z_3(t - \tau_{43}) + b_{44}z_4(t - \tau_{44}) + b_{45}z_5(t - \tau_{45}) + b_{46}z_6(t - \tau_{46})]z_4(t - \tau_{40}), \\ \frac{dz_5}{dt} &= [b_{50} + b_{53}z_3(t - \tau_{53}) + b_{54}z_4(t - \tau_{54}) + b_{55}z_5(t - \tau_{55}) + b_{56}z_6(t - \tau_{56})]z_5(t - \tau_{50}), \\ \frac{dz_6}{dt} &= [b_{60} + b_{61}z_1(t - \tau_{61}) + b_{62}z_2(t - \tau_{62}) + b_{63}z_3(t - \tau_{63})]z_6(t - \tau_{60}), \end{aligned} \quad (11)$$

де τ_{ij} - постійні часові запізнення, які у більш загальному вигляді також, у свою чергу, залежать від часу (і можливо – між собою).

Система (11) описує еволюцію об'єкта у часі з урахуванням його конкретної історії розвитку до розгляданого часу. Додатні часові зсуви в системі можемо вважати показниками, що заплановані на майбутнє досягнення. Запізнення можуть бути викликані різними причинами як технічного, так і людського характеру.

Отримана система диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами виду (11) в загальному випадку є складною для комп'ютерного моделювання внаслідок великої кількості часових відхилень та складності їх врахування при ітераційних процесах обчислень за часом. Значного спрощення можна досягти, застосовуючи розклади функцій $z_i(t - \tau_{ij})$ в ряди Тейлора в околі поточного моменту часу на основі теореми Ельсгольца [2], згідно якої утримують тільки лінійні члени:

$$z_i(t - \tau_{ij}) \approx z_i(t) - \tau_{ij} \dot{z}_i$$

оскільки нелінійні члени погіршують точність. Тут $\dot{z} \equiv dz/dt$. На жаль, останнім часом виявлені випадки невиконання цієї теореми.

Висновки з проведених досліджень можна зробити наступні. Представлені в статті розроблені агреговані математичні моделі складних об'єктів з урахуванням впливу відхиляючих аргументів та нелінійних ефектів дозволяють досліджувати особливості об'єктів шляхом комп'ютерного моделювання. Так, можна встановити деякі негативні впливи об'єкта на оточуюче природне середовище та людей, можливі шляхи послаблення негативних дій та їх ліквідації, визначити особливості динаміки розвитку об'єкта, зміни культури безпеки на ньому та можливості її підвищення. Побудова та дослідження агрегованих динамічних моделей на ЕОМ може бути корисною також для вивчення питання про тактичне та стратегічне керування об'єктами різних рівнів (підприємство, галузь чи просто складний технічний пристрій, тощо).

Результати ситуаційного комп'ютерного моделювання в широкому діапазоні варіюваних параметрів з урахуванням зсувних аргументів дозволяють виявити та дослідити деякі особливо важливі режими та явища, як оптимізує чого плану, так і небезпечні для розвитку і функціонування об'єкта. Виявлені критичні режими і катастрофічні ситуації та сценарії, за якими система може потрапити до них, повинні бути вивчені особливо ретельно з метою їх не припущення у реальному об'єкті, який досліджується шляхом такого моделювання. В статті розглянуто подібні підходи та шляхи їх реалізації.

В результаті представлених в даній роботі методології моделювання та аналізу одержаних даних комп'ютерного моделювання складних систем з відхиляючими аргументами показано також, як знання про динаміку розвитку потенційно небезпечних об'єктів, таких як, наприклад, атомні електричні станції (можна моделювати і всю ядерну галузь аналогічним чином на основі статичних даних про систему та загальних відомостей щодо особливостей конкретного об'єкта) показано, що це дозволяє систематизувати знання про критичні ситуації та взаємний вплив різних параметрів один на одного, при яких різні небажані чи навіть катастрофічні явища стають можливими.

Для багатьох випадків складні системи не дозволяють будувати їх точні детерміновані математичні моделі, тому для них застосування методики моделювання шляхом побудови агрегованих моделей на основі статистичних даних та загальних якісних властивостей дозволяє виявити важливі параметри та зв'язки між ними.

Література

1. Allen P.M. Evolution, Population Dynamics and Stability/ Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA.- 1976.- March.- Vol.73.- No.3.- P.665-668.
2. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию уравнений с отклоняющимися аргументами.- Москва: Наука.- 1971.- 296 с.
3. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов.- Москва: Наука.- 1976.- 367 с.
4. Пименов В.Г. Функционально-дифференциальные уравнения: численные методы.- Екатеринбург: УрГУ.- 1998.- 237 с.
5. Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматуллина Л.Ф. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений.- М.: Наука.- 1991.- 297 с.
6. Baker C.T.H., Paul C.A.H., Wille D.R. Issues in the numerical solution of evolutionary delay differential equations// Advances in Comput. Math.- 1995.- V. 3.- P. 171-196.

7. Yan J. Oscillation of first-order impulsive differential equations with advanced argument// Computers and Mathematics with Applications.- 2001.- V. 42.- N 6.- P. 1353-1363.
8. Хусаїнов Д.Я., Коварж І.В. Розв'язок одновимірного рівняння теплопровідності із запізненням// Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки.- 2004.- №2.- С. 362-368.
9. Самойленко А.М., Стельмашук Л.В. Періодичні розв'язки автономних диференціальних рівнянь із запізненням// Нелінійні коливання.- 2000.- 3, №4.- С. 526-534.
10. Hansheng Wu. Adaptive robust control of uncertain nonlinear systems with nonlinear delayed state perturbations// Automatica.- 2009.- V. 45.- P. 1979-1984.
11. Yanlai Liang, Lijie Li, Lansun Chen. Almost periodic solutions for Lotka-Volterra systems with delays// Commun Nonlinear Sci Numer Simulat.- 2009.- V. 14.- P. 3660-3669.
12. Svante Björklund, Lennart Ljung. An improved phase method for time-delay estimation// Automatica.- 2009.- V. 45.- P. 2467-2470.
13. Guirong Jiang, Qigui Yang. Complex dynamics in a linear impulsive system// Chaos, Solitons and Fractals.- 2009.- V. 41.- P. 2341-2353.
14. Yuanliang Zhang, Jae Byung Park, Kil To Chong. Controller design for nonlinear systems with time delay using model algorithm control (MAC)// Simulation Modelling Practice and Theory.- 2009.- V. 17.- P. 1723-1733.
15. Jian-Qiao Sun, Bo Song. Control studies of time-delayed dynamical systems with the method of continuous time approximation// Commun Nonlinear Sci Numer Simulat.- 2009.- V. 14.- P. 3933-3944.
16. S.M. Lee, Ju H.Park. Delay-dependent criteria for absolute stability of uncertain time-delayed Lur'e dynamical systems// Journal of the Franklin Institute.- 2010.- N 347.- P. 146-153.
17. Liping Wen, Wansheng Wang, Yuexin Yu. Dissipativity and asymptotic stability of nonlinear neutral delay integro-differential equations// Nonlinear Analysis.- 2010.- V. 72.- P. 1746-1754.
18. P. Pue-on, S.V. Meleshko. Group classification of second-order delay ordinary differential equations// Commun Nonlinear Sci Numer Simulat.- 2010.- V. 15.- P. 1444-1453.
19. Rajeev K. Azad, J. Subba Rao, Ramakrishna Ramaswamy. Information-entropic analysis of chaotic time series: determination of time-delays and dynamical coupling// Chaos, Solitons and Fractals.- 2002.- V. 14.- P. 633-641.
20. Kazachkov I.V., Chesnokov Ye.V. and Kazachkova O.M. *Modelling of Potentially Hazardous Objects with Time Shifts*// WSEAS Trans. on Business & Economics. 2004, Issue3, №1, p. 37-43.
21. Kazachkov I.V., Chesnokov Ye.V. and Kazachkova O.M. *Modelling of Potentially Hazardous Objects with Time Shifts*/ Abstr. Of WSEAS Conf. on Business & Economics. 2004, Venice, Nov. 18-20, Italy.
22. Бегун В.В., Бегун С.В., Широков С.В., Казачков І.В., Литвинов В.В., Письменний Є.М. Культура безпеки на ядерних об'єктах України. Навчальний посібник.- Київ.- 2012.- 386 с.

УДК 621.039.586:004.942+532.5

СУЧАСНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ БАГАТОВИМІРНИХ РІВНЯНЬ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Р.Р. Заріпов, І.В. Казачков

Стаття присвячена аналізу сучасних чисельних методів розв'язання багатовимірних рівнянь математичної фізики для моделювання складних систем. Показані особливості різних методів та специфічні риси їх найбільш ефективного застосування для розв'язання конкретних задач, а також поставлена задача розробки особливих методів, які найкраще враховують специфіку складних задач і внаслідок цього є найбільш ефективними саме для них. Обговорюється шляхи удосконалення відомих методів та розробки нових чисельних методів.

Чисельні методи розв'язання нестационарних нелінійних крайових задач для рівнянь та систем рівнянь математичної фізики інтенсивно розвивались з середини минулого сторіччя внаслідок великих потреб практики та можливостей комп'ютерних наук. Вони стрімко нарощували потужність впродовж останніх двадцяти років та зазнали великих змін [1–8]. Вчені та інженери постали перед необхідністю розробки нових методів, оскільки відомі чисельні методи та підходи в ряді випадків не могли задовольнити значно посилені та постійно змінювані потреби практики. Методи кінцевих різниць та кінцевих об'ємів (елементів), граничних елементів і т.д. продовжують розвиватись та вдосконалюватись щодо їх стійкості, точності, ефективності і т.п., а також багато уваги приділяється створенню програмних платформ, зручних для користувачів, які не мають досвіду програмування або мають його на порівняно невисокому рівні.

Протягом останніх двадцяти років з'явилися потужні пакети прикладних програм, користування якими не вимагає від дослідника чи інженера володіння алгоритмічними мовами програмування високого рівня та високою математичною культурою. Інтерфейси таких систем зроблені простими у користуванні і тому задачі, які ще донедавна були непідсильні для користувачів без ґрунтового знання математичної фізики та програмування, сьогодні можуть розв'язуватись ними і досить успішно.

Так, розв'язання проблеми моделювання течій в областях складної геометрії було посилено у 1970-х рр., коли для дискретизації рівнянь гідродинаміки почали широко застосовувати метод кінцевих об'ємів (МКО). Відправною точкою (МКО) є інтегральне формулювання законів збереження енергії, маси, імпульсу та інші [7]. Балансові співвідношення записують для невеликого контрольного об'єму; їх дискретний аналог отримується сумуванням по всім межах виділеного об'єму потоків маси, імпульсу та інших. Оскільки інтегральне формулювання законів збереження не накладає обмежень на форму контрольного об'єму, (МКО) можна використовувати для дискретизації рівнянь гідрогазодинаміки як на структурованих, так і на неструктурованих сітках з довільною формою комірок, що, в принципі, повністю вирішує проблему складної геометрії розрахункової області.

Однак використання неструктурованих сіток досить складне в алгоритмічному відношенні, трудомістке при реалізації та ресурсоємне при проведенні розрахунків, особливо при розв'язанні тривимірних задач. Це пов'язано як з різноманіттям можливих форм комірок розрахункової сітки і з необхідністю застосування складніших методів для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь, що не має певної структури. Значно економнішим є використання блочно-структурованих сіток, яке передбачає розбиття області течії на кілька під областей (блоків) відносно простої форми, в кожній з яких будується своя розрахункова сітка. В цілому така складова сітка не є структурованою, проте всередині кожного блоку зберігається звичайна індексна нумерація вузлів, що дозволяє використовувати ефективні алгоритми, розроблені для структурованих сіток. Все це робить використання блочно-структурованих сіток у поєднанні з (МКО) порівняно простим, але надзвичайно ефективним засобом розширення геометрії розв'язуваних задач.

Наприклад, «стандартне» рівняння балансу якоїсь величини в контрольному об'ємі Ω , обмеженому поверхнею $S = \sum_k S_k$ з зовнішньою нормаллю \bar{n} має вигляд

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} d\Omega + \sum_k \int_{S_k} \bar{n} \cdot \bar{q} ds = \int_{\Omega} Q d\Omega, \quad \bar{q} = \rho \bar{V} \phi - \alpha \nabla \phi \quad (1)$$

де \bar{q} – вектор густини потоку величини ϕ , що включає конвективну і дифузійну складові, Q – щільність розподілу об'ємних джерел, \bar{V} – вектор швидкості, ρ – щільність середовища, α – коефіцієнт дифузії. В якості ϕ може фігурувати, наприклад, внутрішня енергія даного середовища, концентрація домішок, кінетична енергія турбулентності і т.д. В границі, при стягуванні об'єму в точку, можна на підставі формули Остроградського - Гауса переписати це рівняння в диференціальній формі $\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{q} = Q$. Відзначимо, що остання, в силу більш частого ви-

користання в літературі, іноді вважається первинною, а інтегральне формулювання закону збереження (1) «виводиться» з диференціального шляхом інтегрування за об'ємом.

Згідно (МКО) просторова дискретизація задачі здійснюється шляхом розбиття розрахункової області на невеликі дотичні об'єми, для кожного з яких записується балансове співвідно-

шення (1). Всередині кожного контрольного об'єму знаходиться одна (і тільки одна) точка «прив'язки» шуканого сіткового розв'язання. В більшості розробок, орієнтованих на розв'язання тривимірних задач для областей складної геометрії, в якості контрольного об'єму використовуються комірки розрахункової сітки: вузли сітки розташовуються у вершинах багатогранника (для структурованих сіток – гексаedr (див. Рис. 1), сіткові лінії йдуть уздовж його ребер, а значення шуканих величин приписуються геометричному центру комірки [7].

Для отримання дискретного аналога рівняння балансу в обраній комірці необхідно обчислити інтеграли, що входять в (1), використовуючи квадратурні формули. При цьому важливо, щоб для дотичних об'ємів поверхневий інтеграл по їх спільній границі S_k обчислювався ідентично. Можна розглянути найбільш популярні варіанти апроксимації, орієнтуючись, головним чином, на структуровані сітки і використовуючи прийняту в таких випадках «Географічну» систему позначень (див. Рис. 1)[7]: центр поточного контрольного об'єму (i, j, k) позначається як P , центри дотичних з ним об'ємів – як $E(i + 1, j, k), N(i, j + 1, k), W(i - 1, j, k)$ і т.д., центри їх спільних граней – відповідними малими літерами $(e, n, w \dots)$. Оскільки для всіх граней комірки поверхневі інтеграли в рівнянні (1) обчислюються за одним і тим же правилом, можна для прикладу розглядати лише грань Se .

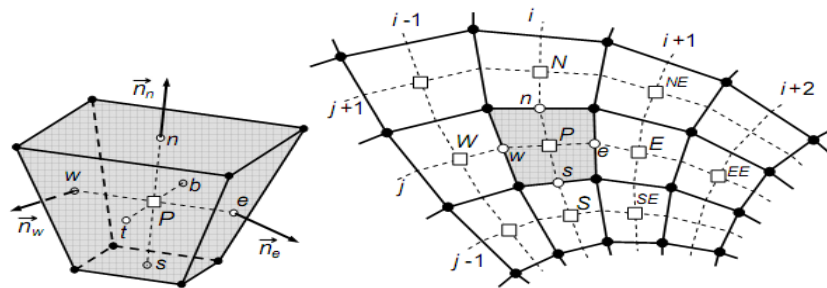


Рис. 1. Просторова дискретизація області за методом кінцевих об'ємів:
● – вузол сітки, □ – центр комірки, ○ – центр межі

Найпростіші і широко використовувані в (МКО) квадратурні формули другого порядку точності безпосередньо впливають з теореми про середнє значення:

$$\int_{S_e} \bar{n} \cdot \bar{q} ds \approx \bar{S}_e \cdot \bar{q}_e, \quad \int_{\Omega} Q d\Omega \approx Q_p \Omega \quad (2)$$

де $\bar{S}_e \equiv S_e \bar{n}_e$ – умовний вектор площі грані, обчислюваний як векторний добуток її діагоналей, \bar{q}_e – вектор густини потоку Φ в центрі грані. Якщо значення \bar{q}_e обчислено з другим порядком точності, то формули (2) забезпечують другий порядок апроксимації рівняння (1). Пониження точності обчислення \bar{q}_e негайно позначається на порядку точності чисельної схеми в цілому. Для обчислення порядку апроксимації строго вище другого треба не тільки поліпшити точність обчислення \bar{q}_e , але і використати замість (2) більш точні квадратурні формули, враховують зміну q вздовж поверхні. Це пов'язано як зі значним ускладненням обчислень, так і з розширенням шаблону апроксимації, внаслідок чого схеми підвищеного порядку точності не знаходять широкого практичного застосування. Тому в рамках (МКО), на відміну від (МКР), досить важко побудувати чисельну схему вище другого порядку точності.

Враховуючи вищесказане, квадратурну формулу (2) приймають за основу і обчислюють \bar{q}_e . Як правило, масовий «розхід» рідини через грань комірки, $g_e = \bar{S}_e \cdot (\rho \bar{V})_e$, обчислюється при апроксимації рівняння нерозривності, а потім використовується для решти рівнянь. При відомому «розході» питання обрахунку конвективної складової потоку Φ через грань зводиться до визначення Φ_e . Достатню точність забезпечує лінійна інтерполяція; зазвичай використовується її найпростіший квазіодномірний варіант - інтерполяція вздовж сіткової лінії по двом вузловим значенням, Φ_P та Φ_E , з врахуванням відстаней Pe та eE . Виявляється, що отримана таким способом чисельна схема еквівалентна схемі (МКР), яка в умовах малої величини фізичної дифузії нестійка.

Спосіб боротьби з нестійкістю центрально - різницевої схеми – це апроксимація конвективних похідних односторонніми різницями «проти потоку», що можна трактувати як пріори-

тетний облік інформації про значення шуканої функції у вузлах, розташованих уздовж сіткової лінії вище по потоку від даної точки. Стосовно (МКО) принцип пріоритету інформації зверху по потоку означає, що для випадку $g_e > 0$ (рідина тече від P до E , див. рис. 1) при обчисленні ϕ_e слід використовувати значення ϕ_P і ϕ_W , а для випадку $g_e < 0$ - значення ϕ_E і ϕ_{EE} . Лінійна екстраполяція по двом вузлам забезпечить другий порядок апроксимації (еквівалент протипотокової схеми (МКР) другого порядку), а просте знесення по потоку значення ϕ з найближчого вузла (P або E) на грань відповідає протипотоковій схемі (МКР) першого порядку точності.

Дану інтерполяцію можна розглядати як окремий випадок схеми з регульованим ступенем протипотоковості. У дещо спрощеному вигляді (без урахування зміни розмірів комірок) протипотокова схема другого порядку точності може бути представлена наступним чином:

$$\phi_e \approx \bar{\phi}_e - \varepsilon \delta_e, \quad \delta_e = \begin{cases} (\phi_W - 2\phi_P + \phi_E)/2, & g_e > 0 \\ (\phi_P - 2\phi_E + \phi_{EE})/2, & g_e < 0 \end{cases} \quad (3)$$

де $\bar{\phi}_e$ – «центральне» значення, одержуване шляхом лінійної інтерполяції, а δ_e – протипотокова поправка, що вводиться з регульованою вагою ε . При $\varepsilon = 1$ маємо повністю протипотокову схему, $\varepsilon = 0$ – центрально-різницева схема (що пояснює назву $\bar{\phi}_e$). Відзначимо, що поправка δ_e може враховувати зміну ϕ не тільки уздовж індексної лінії i , але також вздовж напрямків j і k . Сімейству зважених протипотокових схем першого порядку точності відповідає поправка наступного виду ($\varepsilon = 1$ дає повністю протипотокову схему):

$$\delta_e = \begin{cases} (\phi_E - \phi_P)/2, & g_e > 0 \\ (\phi_P - \phi_E)/2, & g_e < 0 \end{cases} \quad (3a)$$

Апроксимація дифузійної складової потоку, на відміну від конвективної, не вимагає яких-небудь заходів для забезпечення стійкості схеми. Деяку складність представляє лише обчислення похідної в центрі грані. Існують, принаймні, дві можливості.

Перша – розрахувати значення $\nabla\phi$ в центрах комірок, використовуючи інтегральне представлення градієнта:

$$\int_{\Omega} \nabla\phi d\Omega = \int_S \bar{n}\phi ds \Rightarrow (\nabla\phi)_P \approx \frac{1}{\Omega} \sum_k \bar{S}_k \phi_k \quad (4)$$

після чого застосувати звичайну процедуру лінійної інтерполяції для розрахунку значення $\nabla\phi$ на межі осередку. Інший спосіб – апроксимувати кінцевими різницями саму похідну $\partial\phi/\partial n$ на грані, переходячи, як це прийнято в МКР, в локальну індексну систему координат (фактично використовуючи формули переходу до криволінійних узагальнених координат). Другий підхід вимагає менше обчислень і забезпечує меншу похибку апроксимації на рівномірній сітці (в рамках другого порядку точності), але застосовний тільки для структурованих сіток.

Розглянуті підходи до апроксимації скалярного рівняння застосовні і до рівнянь руху рідини з тією лише різницею, що при обчисленні дифузійної складової потоку імпульсу через грань комірки доводиться мати справу з тензором напружень, а внесок градієнта тиску в баланс імпульсу враховується відповідно до інтегрального представлення (4). Апроксимація рівняння нерозривності, здавалося б, ще простіше – потрібно лише підсумувати витрати рідини по всіх гранях комірки, використовуючи найпростішу квадратуру $g_e = \bar{S}_e \cdot (\rho\bar{V})_e$ у поєднанні з однією з розглянутих інтерполяційних схем для визначення густини і швидкості в центрі грані. Однак при цьому можуть виникати так звані парно-непарні просторові осциляції поля тиску, що особливо характерно для потоків газу і нестисливої рідини малої швидкості. Для подолання цих нефізичних осциляцій широко використовується корегуюча процедура, що вводить в вираз для витрати g_e спеціальну стабілізуючу поправку, що у спрощеному вигляді представляється так:

$$g_e = \bar{g}_e - \frac{C}{A_e} \left[p_E - p_P - \frac{1}{2} \left(\frac{p_E - p_W}{2} + \frac{p_{EE} - p_P}{2} \right) \right] \quad (5)$$

Тут C – ваговий множник, A_e – коефіцієнт, який залежить від геометрії комірок та від способу апроксимації рівнянь руху. Поправка (5) реагує на відхилення «індексної» похідної $(\partial p/\partial i)_e = p_E - p_P$ від її середнього значення $[(\partial p/\partial i)_P + (\partial p/\partial i)_E]/2$, у випадку гладкого поля поправка пропорційна $\partial^3 p/\partial i^3$ і має третій порядок малості.

Традиційно для задач гідродинаміки застосовуються чисельні методи розв'язання рівнянь Нав'є - Стокса [9,10–17,18–25]. Однак в останні 20 років розвивається альтернативний підхід – метод решітчастих рівнянь Больцмана (LBM) [8,26,27], в якому для моделювання течії в'язкої ньютонівської рідини розв'язується дискретизоване рівняння Больцмана. Він має ряд переваг порівняно з традиційним підходом, які проявляються при моделюванні багатозфазних течій, а також при обтіканні пористих поверхонь. Крім того, LBM є явним методом, тому природним чином розпаралелюється, що є особливо актуальним у зв'язку з розвитком технологій розрахунків на графічних процесорах.

Кінетичне рівняння Больцмана для одночасткової функції розподілу $f(\bar{r}, \bar{\xi}, t)$ без врахування зовнішніх сил має вигляд [8]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \bar{\xi} \nabla f = \Omega \quad (6)$$

де Ω – інтеграл зіткнень, t – час, $\bar{r} = (x, y, z)$ – вектор просторових змінних, $\bar{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$ – вектор швидкості частинки. Макроскопічні характеристики – густина $\rho(\bar{r}, t)$ і швидкість середовища $\bar{u}(\bar{r}, t)$ є моментами функції розподілу і знаходяться безпосередньо інтегруванням по всім можливим швидкостям $\bar{\xi}$.

Дискретизація рівняння (6) відбувається в два етапи: на першому етапі здійснюється дискретизація в просторі швидкостей, а на другому – дискретизація за часом і просторовими змінними. Для дискретизації в просторі швидкостей задається скінченна сукупність векторів можливих швидкостей $\{\bar{e}_k\}_{k=1}^M$, кожному вектору із заданої сукупності ставиться у відповідність функція розподілу, яка залежить тільки від t та \bar{r} : $f_k(\bar{r}, t) = f(\bar{r}, \bar{e}_k, t)$, $k = 1, M$. Таким чином, рівняння (6) зводиться до системи рівнянь в частинних похідних відносно f_k

$$\frac{\partial f_k}{\partial t} + \bar{e}_k \nabla f_k = \Omega_k \quad (7)$$

– рівняння Больцмана з дискретними швидкостями. З цього рівняння, розглядаючи рівномірну по часу та просторовим змінним сітку і вважаючи, що частинка за крок по часу перелітає в сусідні вузли просторової решітки (тобто розмір комірки $\Delta \bar{r}_k = \bar{e}_k \Delta t$), може бути отримане реточне рівняння Больцмана

$$f_k(\bar{r} + \bar{e}_k \Delta t, t + \Delta t) = f_k(\bar{r}, t) + \Omega_k(f_k(\bar{r}, t)) \quad (8)$$

В методах LBM оператор зіткнення зазвичай використовується у вигляді BGK наближення, яке представляє собою лінійну релаксацію до локальної рівноваги [8]:

$$\Omega_k = (f_k^{eq}(\rho, \bar{u}) - f_k) / \tau$$

де τ – безрозмірний параметр релаксації, а f_k^{eq} – рівноважна функція розподілу

$$f_k^{(eq)}(\bar{r}, t) = w_k \rho(\bar{r}) \left\{ 1 + 3 \frac{(\bar{e}_k \cdot \bar{u})}{c^2} + \frac{9 (\bar{e}_k \cdot \bar{u})^2}{2 c^4} - \frac{3 \bar{u}^2}{2 c^2} \right\}$$

Тут $c = \Delta x / \Delta t$ – базова швидкість в комірці (Δx і Δt – крок сітки і крок по часу), а w_k – вагові коефіцієнти, різні для різних моделей решіток. Такий вид f_k^{eq} представляє собою розклад рівноважної функції розподілу Максвелла за швидкостями \bar{u} до членів третього порядку малості. Густина рідини ρ і швидкість u у вузлі можуть бути обчислені за формулами $\rho = \sum_{k=0}^M f_k$ та $\rho \bar{u} = \sum_{k=0}^M \bar{e}_k f_k$. Тиск розраховується по формулі $p = \rho \frac{c^2}{3}$.

Для опису моделі решітки в залежності від розмірності задачі і від набору можливих наборів швидкостей вводиться позначення $DnQp$, де $p \in \{1,2,3\}$ – розмірність фізичного простору, а $n \in \mathbb{N}$ – число можливих швидкостей [8]. Найбільш розповсюдженою моделлю для двовимірних задач гідродинаміки є дев'ятишвидкісна модель D2Q9. На рис. 2 показані рівномірна сітка в прямокутних координатах (з розміром комірки lu) і можливі напрямки швидкостей \bar{e}_a , де $a = 0, \dots, 8$ – індекс напрямку. Швидкість $\bar{e}_0 = 0$ означає, що частинка знаходиться в стані спокою.

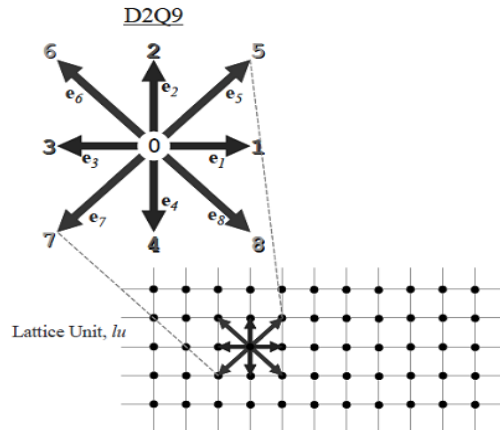


Рис. 2. Можливі вектори швидкості частинок в методі LBM для моделі D2Q9

Визначивши базову швидкість в комірни як $c = lu/ts$, де ts – величина кроку за часом, отримаємо, що величини швидкостей $\bar{e}_5 = \bar{e}_6 = \bar{e}_7 = \bar{e}_8 = \sqrt{2}c$. Компоненти швидкостей, таким чином, рівні або 0, або $\pm c$. Решіточне рівняння Больцмана:

$$f_a(\bar{r} + \bar{e}_a \Delta t, t + \Delta t) = f_a(\bar{r}, t) - \frac{1}{\tau} [f_a(\bar{r}, t) - f_a^{(eq)}(\bar{r}, t)] \quad (9)$$

де $a = 0, \dots, 8$

Один крок за часом складається з двох етапів: спочатку відбувається перенос (рис.3), а потім релаксація до рівноважної функції розподілу.

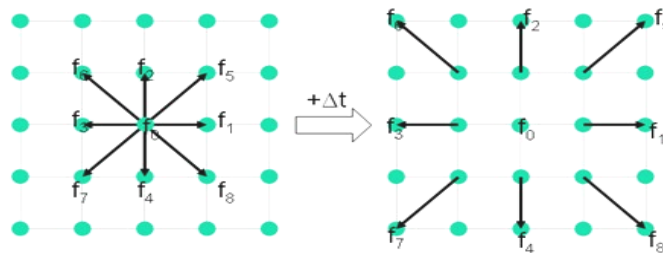


Рис.3 Перенос функцій розподілення за крок часу

Рівноважна функція:

$$f_a^{(eq)}(\bar{r}, t) = w_a \rho(\bar{r}) \left\{ 1 + 3 \frac{(\bar{e}_a \cdot \bar{u})}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(\bar{e}_a \cdot \bar{u})^2}{c^4} - \frac{3 \bar{u}^2}{2 c^2} \right\} \quad (10)$$

де вагові коефіцієнти визначаються так:

$$w_a = \begin{cases} 4/9, & a = 0, \\ 1/9, & a = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36 & \end{cases} \quad (11)$$

Густина рідини ρ і швидкість u обчислюються за формулами:

$$\rho = \sum_{a=0}^8 f_a, \quad \rho \bar{u} = \sum_{a=0}^8 \bar{e}_a f_a \quad (12)$$

З рівняння Больцмана для моделі D2Q9 за допомогою розкладу Чемпена - Енскога можна вивести систему рівнянь Нав'є - Стокса. Розв'язуване дискретне рівняння (9) і функцію розподілу (10) розкладають в ряд за степенями малого параметра (крок за часом). Використовуючи тільки перші два члени розкладу, можна отримати рівняння для гідродинамічних величин, яке відрізняється від рівнянь Нав'є - Стокса для нестисливої рідини на величину другого порядку за кроком по часу, а також на величину другого порядку малості по числу Маха М.

При математичному моделюванні фізичних явищ часто виникає ситуація, коли задачу не можна вирішити аналітично, а чисельний розв'язок призводить до появи різного роду нестійкостей. Ряд проблем виникає при розв'язанні задач в областях складної форми. У процесі опису фізичного явища за допомогою сукупності диференціальних рівнянь відбувається заміна фізичної реальності, яка часто носить дискретний характер (молекули в газодинаміці, елементарні заряди в електриці і т.д.), неперервною моделлю.

При переході до різницевої схем простір і час в цій неперервній моделі знову стають дискретними, а після реалізації їх на комп'ютері всі величини розглядаються з обмеженою точністю. Звідси напрошується висновок, що доцільно одразу будувати дискретні моделі фізичних явищ. Одним з класів таких моделей є кліткові автомати (КА) [26] – формальна модель, що складаються з певної кількості елементарних об'єктів, пов'язаних з певним станом. Околиці кожного елемента можуть бути визначені як набір з чотирьох найближчих елементів (Північ, Південь, Схід і Захід), набір з восьми найближчих елементів (Північ, Північний схід, Схід, Південний схід, Південь, Південний захід, Захід, Північний захід) і т.д., наприклад [26]:

$$\begin{array}{cccccc}
 * & (i-1, j) & * & (i-1, j-1) & (i-1, j) & (i-1, j+1) \\
 (i, j-1) & (i, j) & (i, j+1) & (i, j-1) & (i, j) & (i, j+1) \\
 * & (i, j+1) & * & (i+1, j-1) & (i, j+1) & (i+1, j+1)
 \end{array}$$

Тут околиці комірки (i, j) , розташовані в i -му рядку і j -му стовпцю, дані відповідно до околиці фон Неймана (ліворуч) і околиці Мура (праворуч). Клітковий автомат представляє математичну модель фізичного процесу, в якій час і простір дискретні (сукупність значень, прийнятих просторовими координатами, називається полем КА), а всі залежні величини можуть приймати кінцевий набір значень. КА має властивість локальності, тобто на кожному часовому кроці новий стан деякої точки залежить лише від стану точок в її невеликому околиці. Крім того, ця залежність однорідна в просторі – в кожній точці застосовуються одні й ті ж правила.

Найвідоміший (КА) – гра «Життя», визначений на ортогональній решітці на площині, причому кожна клітина може знаходитися в одному з двох станів: 0 – клітинка мертва і 1 – жива. Найближчі до даної 8 клітинок називаються її сусідами. Закони розвитку цього (КА) наступні: якщо у живої клітини менше двох сусідів або більше трьох сусідів, вона стає мертвою; якщо у мертвої клітини рівно три сусіда, вона стає живою («народження»). Ці правила (КА) приводять до дуже складної глобальної поведінки. Цікаво також те, що гра «Життя» являє собою світ, де майбутнє детерміновано, але «дізнатися» його можна лише «доживши» до нього. Якщо вдається побудувати модель процесу на основі (КА), то сильно спрощуються комп'ютерні експерименти по його дослідженню. Особливо помітний виграш в часі на спеціалізованих ЕОМ, які володіють великим числом паралельних процесорів – машинах кліткових автоматів. В даний час (КА) використовуються як обчислювальний інструмент для великого кола різноманітних задач.

Для розв'язання методами кінцевих різниць задач нестационарних течій необхідно вибрати змінні величини і різницеві рівняння, які враховують особливості задач. За допомогою методу Ейлера рух рідини описується на сітці, яка фіксована в системі координат. При використанні цього методу виникають труднощі в задачах, де має місце рух тонких шарів рідини при проходженні ними відстаней, які в декілька разів більші їх товщини. Дуже важко слідкувати за границями розподілу середовищ під час їхнього руху на Ейлеровій сітці. При використанні методу Лагранжа, коли рух описується за допомогою сітки, пов'язаної з рідиною, виникають значні труднощі, якщо є поверхні ковзання або інші причини, які приводять до сильного викривлення початкової сітки. Ці недоліки можна усунути за допомогою так званого Лагранжево-Ейлерова підходу, вільного від недоліків як лагранжевої, так і ейлерової сітки.

Нехай рідина описується густиною ρ , швидкістю u в системі координат і внутрішньою енергією e . Запишемо закони збереження для довільного об'єму τ , поверхня якого $S(r)$ рухається з довільною швидкістю $w(r)$ в тій же системі координат. Припустимо, що $M(\tau, t)$, $p(\tau, t)$ і $U(\tau, t)$ – відповідно, загальна маса, кількість руху і енергія, які містяться всередині S в момент t . Якщо x – тривимірний вектор зі складовими $\rho, \rho u, (\rho e + 1/2 \rho u^2)$, то можна вважати M, p і U трьома складовими такого вектора X [6]:

$$X = \int_{\tau} x d\tau \tag{13}$$

Для швидкості зміни вектора X маємо

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \int_{\tau} \frac{\partial x}{\partial t} d\tau + \int_S dS \cdot wx \tag{14}$$

Рівняння збереження маси, зміни кількості руху і збереження енергія запишемо у вигляді [6]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot u\rho = 0, \quad \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot u\rho u = -\nabla P, \tag{15}$$

де $P = P(e, \rho)$ – тиск. Якщо використати рівняння (15), то маємо співвідношення

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= - \int_S dS \cdot (u - w)\rho, \quad \frac{dp}{dt} = - \int_S dS \cdot P - \int_S dS \cdot (u - w)\rho u, \\ \frac{dU}{dt} &= - \int_S dS \cdot Pu - \int_S dS \cdot (u - w)(\rho e + 1/2 \rho u^2) \end{aligned} \tag{16}$$

Розглянемо, наприклад, двомірну течію в декартових координатах. Нехай площина x, y розділена на комірки $\tau_{i,j}$ двома сімействами ліній (Рис. 4) [6]. Нехай перше сімейство задане системою фіксованих вертикальних ліній $x = x_i, i = 1, 2, \dots$, а друге сімейство не пересічних між собою ліній дається співвідношенням $y = y_j(x, t)$, причому $y_{j+1}(x, t) > y_j(x, t)$ для любого x і t .

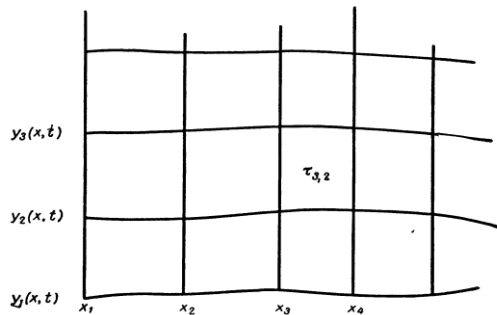


Рис. 4. Сімейство ліній Лагранжево-Ейлерового методу

Границі комірок $S_{i,j}$ складаються з чотирьох сторін: лівої, правої, верхньої та нижньої. На лівій і правій сторонах приймаємо $w = 0$, тобто тут рух відсутній. На верхній і нижній сторонах приймаємо $dS \cdot (u - w) = 0$, тобто нормальна складова швидкості w поверхні дорівнює нормальній складовій швидкості рідини u . Таким чином, рідина не протікає через y -лінії, а може втікати і витікати в комірку через x -лінії. Інтеграли перенесення виду $\int_S dS \cdot (u - w)f$, що входять до рівнянь (15), (16), зводяться, до виду

$$\int_S dS \cdot (u - w)f = \int_{S_1} (-dy)uf + \int_{S_2} (dy)uf, \tag{17}$$

де u – складова $u = (u, v)$, а S_1 і S_2 відносяться відповідно до лівої і правої сторони.

Ключовою проблемою обчислювальних експериментів є ефективне використання високої продуктивності чисельних методів та комп'ютерів (ЕОМ) [28-32]. Проектуючи інструменти програмного забезпечення, дослідники намагаються побудувати єдину структуру програмного забезпечення, яка дозволить розв'язувати складні масиви нестационарних диференціальних рівнянь, а також підвищить рівень точності чисельних методів. При цьому, як показує аналіз, немає універсальних чисельних методів: у кожному випадку є свій особливий підхід, що найбільш точно відповідає специфіці рівняння і тому є оптимальним саме для його розв'язку.

Література

1. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Часть I и II / Д. Андерсон, Дж. Танненхилл, Р. Плетчер. — М.: Мир, 1990. — 728 с.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. — М.: Наука, 1987. — 600 с.
3. Белов И.А. Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости. / И.А. Белов, С.А. Исаев, В.А. Коробков. — Л.: Судостроение, 1989. — 254 с.
4. Бим Р.М., Уорминг Р.Ф. Неявная факторизованная разностная схема для уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа // Ракетная техн. и космон. — 1978 — т. 16 — № 4 — с. 145–156.
5. Болдуин Б., Маккормак Р. Взаимодействие сильной ударной волны с турбулентным пограничным слоем // Численное решение задач гидромеханики — 1977 — с. 174–183.
6. Вычислительные методы в гидродинамике / ред. Б. Олдер, С. Фернбах, М. Ротенберг; пер. с англ. В. П. Коробейникова, П. И. Чушкина. — М.: Издательство «МИР», 1967. — 385с.
7. Смирнов Е.М., Зайцев Д.К. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии // Научно-технические ведомости — 2004 — №2 — с. 70-81.
8. Wolf-Gladrow D.A. Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models - An Introduction. / D.A. Wolf-Gladrow. — Berlin: Springer, 2005
9. Волков Е.А. Численные методы. / Е.А. Волков — М.: Наука, 1987. — 248с.
10. Жаблон К. Применение ЭВМ для численного моделирования в физике. / К. Жаблон, Ж. Симон. — М.: Наука, 1983. — 236 с.
11. Крылов В.И. Вычислительные методы. Часть I и II / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. — М.: Наука, 1977. — 704 с.
12. Ляшко И.И. Методы вычислений / И.И. Ляшко, В.Л. Макаров, А.А. Скоробогатько. — Киев: Выща школа, 1977. — 406 с.
13. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук. — М.: Наука,
14. 1980. — 536 с.
15. Оран Э. Численное моделирование реагирующих потоков / Э. Оран, Дж. Борис. — М.: Мир, 1990. — 662с.
16. Пасконов В.М. Численное моделирование процессов тепло и массообмена / В.М. Пасконов, В.И. Полежаев, Л.А. Чудов. — М.: Наука, 1984. — 286 с.
17. Роуч П.Дж. Вычислительная гидромеханика / П.Дж. Роуч — М.: Мир, 1980. — 402 с.
18. Самарский А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. — М.: Наука, 1983. — 616с.
19. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Часть I и II / К. Флетчер. — М.: Мир, 1991. — 1054с.
20. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. — М.: Мир, 1980. — 280 с.
21. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ / Т. Шуп. — М.: Мир, 1982.— 235 с.
22. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики / Н.Н. Яненко. — Новосибирск: Наука, 1967. — 195 с.
23. Briley W. Analysis and Computation of Viscous Subsonic Primary and Secondary Flows / W. Briley, H. McDonald. — Williamsburg, Virginia, 1979. — p. 79-145.
24. Cebeci T. Momentum transfer in boundary layers / T. Cebeci, P. Bradshaw. — New-York: McGraw-Hill, 1977. — 412p.
25. Chorin A.J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems // J. Comput. Phys. — 1967 — v.2 — p. 12–26.
26. Douglas J., Rackford H. On the Numerical Solution of Heat Conduction Problems in Two and Three Space Variables // Trans. Am. Math. Soc. — 1956 — v. 82 — p. 4231-4239.
27. Kazachkov I.V. Numerical continuum mechanics. Lecture notes. Vol.1. / I.V. Kazachkov, V.A. Kalion. — Stockholm.: Royal Institute of Technology (KTH), 2008. — 273pp.

28. Stockman H.W. A 3D Lattice Boltzmann Code for Modeling Flow and Multi-Component Dispersion: report / H.W. Stockman. — Albuquerque: NM, 1999.
29. Krause E. Numerical Treatment of Boundary Layer Problems / E. Krause. — Brussels, NATO, 1973.
30. Li C.P. A Numerical Study Separated Flows Induced by Shock-Wave. Boundary-Layer Interaction / C.P. Li. — Los Angeles, California, 1977. — p. 77-168.
31. MacCormack R.W. An Efficient Numerical Method for Solving the Time-Dependent Compressible Navier-Stokes Equations at High Reynolds Number / R.W. MacCormack. — NASA TM, 1976. — p. 73-129.
32. Peaceman D.W., and Rackford H.H. The Numerical Solution of Parabolic and Elliptic Differential Equations // J. Soc. Ind. Appl. Math. — 1955 — v.3 — p. 28-41.
33. Warming R.F., Beam R.M. On the Construction and Application of Implicit Factored Schemes for Conservation Laws // SIAM AMS Proceedings — 1978 — v.11 — p. 159–179.

УДК 517.929

РІВНЯННЯ ІЗ ЗАПІЗНЮЮЧИМИ ТА ВИПЕРЕДЖАЮЧИМИ АРГУМЕНТАМИ: З ПРИКЛАДАМИ ЗАСТОСУВАННЯ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ТЯЖКИХ АВАРІЙ

І.В. Казачков, І.В. Ващенко

Є велика необхідність математичного моделювання та обчислювальних експериментів для багатьох складних процесів та систем у різних галузях науки, техніки і народного господарства. Від точності побудованих моделей та якості проведених обчислень залежить можливість створення нових технологій, пристроїв, високоефективних безпечних виробництв, тощо. Наприклад, для створення та вдосконалення систем пасивного захисту атомних електричних станцій від тяжких аварій, які за будь-яких умов мають утримати розплав ядерного палива всередині корпусу реактора або контейнента у контрольованому стані, необхідно моделювати теплогидравлічні процеси взаємодії коріуму з охолоджувачем та конструкціями. Для цього потрібно здійснити детальні дослідження можливих сценаріїв тяжких аварій та визначити граничні значення усіх важливих параметрів системи.

Математичні моделі сучасних процесів та систем включають нелінійні диференціальні рівняння в частинних похідних, розв'язок яких у ряді випадків неможливо здійснити в достатньому об'ємі та з необхідною точністю, незважаючи на великі сучасні досягнення у галузі чисельних методів та комп'ютерних наук. Внаслідок нестійкості чисельних схем для ряду систем нелінійних рівнянь необхідно розробляти специфічні методи під конкретні задачі з урахуванням їх особливостей, які для кожного типу рівнянь можуть суттєво відрізнятися.

Майже кожна практична задача, що описується диференціальним рівнянням, розв'язується у три етапи:

- творчий етап – складання диференціального рівняння;
- технічний етап – його розв'язання відомим методом чи розробка специфічного методу для його розв'язання;
- етап дослідження одержаних розв'язків, у ході якого із нескінченної множини залежностей (розв'язків) необхідно вибрати ту, яка притаманна саме конкретному процесові, а для цього необхідно знати його початковий стан.

Диференціальні рівняння з відхиляючими аргументами – це такі диференціальні рівняння, що зв'язують аргумент, шукану функцію та її похідні, взяті, взагалі кажучи, при різних значеннях цього аргументу. Наприклад:

$$x'(t) = ax(t - \tau) \quad (1)$$

$$x'(t) = ax(kt) \quad (2)$$

де сталі a, t, k задані; то $-\tau$ в рівнянні (1) і $t - kt$ в рівнянні (2) - відхилення аргументу. Зустрічаються і більш складні диференціальні рівняння з відхиляючими аргументами, що включають більше число відхилень аргументу, що можуть являти собою задані функції (зокрема, якщо вони постійні, то рівняння часто називається диференційно-різницеви́ми) або навіть залежати від шуканого розв'язку. Якщо відхилення постійні, то рівняння виду (2) називаються диференційно-різницеви́ми рівняннями. Зустрічається також назва диференційно-функціонального рівняння, а в деяких роботах такі рівняння називають рівняннями в змішаних різницях. Епізодично розглядалися також диференціальні рівняння з відхиляючими аргументами, в яких шукана функція залежить більше ніж від одного аргументу.

Диференціальні рівняння з відхиляючими аргументами вперше з'явилися у зв'язку з формальним розв'язком рівнянь з частинними похідними і потім неодноразово розглядалися як самі по собі, так і в зв'язку із завданнями геометрії, а пізніше - у зв'язку з різними додатками, насамперед до теорії автоматичного керування. Побудову систематичної теорії диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами було розпочато в 1949 році.

Визначення диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами допускає будь-які суперпозиції шуканого розв'язку [типу $x(x(t))$] і інтеграли від нього, тому формально клас диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами включає в себе всі рівняння математичного аналізу. Все ж зазвичай, говорячи про диференціальні рівняння з відхиляючими аргументами, мають на увазі той чи інший природний клас диференціальних рівнянь, в яких введено відхилення аргументу, що допускає побудову змістовної теорії. При цьому ряд властивостей диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами має безпосередню аналогію з властивостями звичайних диференціальних рівнянь, тоді як інші властивості є принципово новими [4].

Існують різні типи диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами такі, як лінійні рівняння 1-го і 2-го порядків, лінійні рівняння із сталими коефіцієнтами і сталими відхиляючими аргументами, нелінійні рівняння та інші.

Лінійне рівняння n -го порядку із запізнюючим аргументом може бути представлено у вигляді

$$x^{(n)}(t) = \sum_{p=0}^{n-1} \sum_{j=1}^m a_{pj}(t) x^{(p)}(t - \tau_j(t)) + f(t). \quad (3)$$

Звичайно, передбачається, що всі τ_j неперервні і невід'ємні, а a_{pj} і f - неперервні на певному інтервалі $t_0 \leq t < T \leq \infty$, початкова функція $\varphi(t)$ визначена і неперервна разом зі своїми похідними до $(n-1)$ -го порядку включно на початковій множині E_{t_0} .

Якщо коефіцієнти і запізнювання τ_j - постійні, то для вивчення розв'язку рівняння (3) застосовуються специфічні методи.

У роботах Мишкіса вперше були систематично вивчені окремі типи лінійних диференціальних рівнянь із змінними коефіцієнтами і змінними запізнюваннями загального вигляду. Вивчався розв'язок рівняння

$$y'(x) - M(x)y(x - \Delta(x)) = 0,$$

рівняння нестійкого типу, і розв'язок рівняння

$$y'(x) + M(x)y(x - \Delta(x)) = 0,$$

рівняння стійкого типу. Тут $M(x) \geq 0$, $\Delta(x) \geq 0$, $A \leq x < B$; $-\infty < A < B \leq \infty$.

Мишкіс також розглядав розв'язання рівняння

$$y''(x) - M(x)y(x - \Delta(x)) = 0$$

($M(x) \geq 0$, $\Delta(x) \geq 0$, $A \leq x < B$; $-\infty < A < B \leq \infty$), названого ним рівнянням періодичного типу. У його монографії отримані результати узагальнені на рівняння аналогічного типу з розподілом запізнювання.

Лінійні рівняння із сталими коефіцієнтами і сталими відхиляючими аргументами є найбільш вивчаємими і частіше інших зустрічаються в додатках класом рівнянь з відхиляючими аргументами. Це пояснюється можливістю застосування до них перетворення Лапласа, що і спонукає при вирішенні конкретних практичних завдань замінювати (часто без достатнього обґрунтування) нелінійні і нестационарні рівняння на лінійні із сталими коефіцієнтами і відхиляючими аргументами.

Розглянуті рівняння

$$\sum_{m=0}^r \sum_{n=0}^q a_{mn} y^{(m)}(x + h_n) = f(x)$$

де a_{mn} – комплексні сталі, а h_n – дійсні і додатні числа ($0 = h_0 < h_1 < \dots < h_q$) і $f(x)$ – деяка задана функція [2]. А також – нелінійне рівняння з відхиляючими аргументами вигляду

$$C_{1,1}(t)y^{(1)}(h_{1,1}(t)) = F[t, y^{(1)}(h_{1,2}(t)), \dots, y^{(1)}(h_{1,N_1}(t)), y(h_{0,1}(t)), \dots, y(h_{0,N_2}(t))] \equiv \\ \equiv F\{t, y(\cdot)\}, \quad t \in [0, 2\pi],$$

де $y(t) = (y_1(t), \dots, y_n(t))$; $n \times n$ матриця $C_{1,1}(t)$ мають вимірні, обмежені елементи; $h_{r,j}(t)$ – вимірні функції; векторна функція $F[t, x(2), \dots, x(N_1), V(1), \dots, V(N_2)]$ визначена при всіх $x(j) \in a_n, V(j) \in a_n$ і задовольняють умову Ліпшиця [3].

Також існує велика кількість різноманітних наближених методів розв'язання рівнянь з відхиляючими аргументами. А саме такі, як ітераційний метод, метод Ейлера і параболічні методи, розкладання по ступенях запізнювання, методи, пов'язані з перетворенням Лапласа, наближені методи побудови періодичних розв'язків, графічні методи.

1. Ітераційний метод. Стосовно диференціального рівняння з запізнюючим аргументом

$$y'(x) = f(x, y(x), y(x - \Delta(x))), \quad y(x) \equiv \varphi(x) \text{ на } E_\lambda \quad (4)$$

або до еквівалентного йому інтегрального рівняння

$$y(x) = \varphi(A) + \int_A^x f(x, y(x), y(x - \Delta(x))) dx$$

з тими ж початковими умовами метод послідовних наближень полягає в тому, що, виходячи з довільної неперервної задовольняючої початкової умові функції $y(x) = y_0(x)$, будують послідовність при наближенні

$$y_n(x) = \varphi(A) + \int_A^x f(x, y(x), y(x - \Delta(x))) dx \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Якщо f і φ неперервні і f задовольняє умові Ліпшиця по другому і третьому аргументам, то послідовність наближень $\{y_n(x)\}$ рівномірно сходиться до єдиного в цих умовах розв'язку рівняння (4). Як і для рівнянь без відхилень, метод послідовних наближень рідко застосовується як самостійний вирішуваний метод. Частіше він комбінується з деякими інтерполяційними методами.

2. Метод Ейлера і параболічні методи. Параболічними методами називають методи чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, засновані на апроксимації шуканого розв'язку дугами парабол порядку $m \geq 2$. Сюди відносяться методи Адамса - Штермер, Мілна і так далі. Якісні основи застосування методу Ейлера і параболічних методів для чисельного інтегрування диференціальних рівнянь з запізнюючим аргументом розглядаються в роботах Ельсгольца і його монографії.

Для розв'язку $y(x)$ рівняння (4) ламані Ейлера будуються аналогічно тому, як це робиться для рівнянь без відхилень. При змінній запізнювання зручно вести розв'язання зі змінним кроком, щоб знайти значення $F(x, y(x), y(x - \Delta(x)))$ в деякій точці x_n , маючи вже значення $y(x_n - \Delta(x_n))$, яке в протилежному випадку довелося б знаходити шляхом інтерполяції.

3. Розкладання по ступенях запізнювання. У прикладних роботах для наближеного розв'язку, а іноді навіть при дослідженні на стійкість розв'язку диференціальних рівнянь із запізнюючим аргументом, із малим запізнюванням дуже часто застосовується метод розкладу за степенями запізнювання. Стосовно рівняння

$$y'(x) = F(x, y(x), y(x - \Delta(x))) \quad (A \leq x < B \leq \infty, y(x) \equiv \varphi(x) \text{ на } E_\lambda) \quad (5)$$

цей метод полягає в тому, що рівняння (5) замінюється рівнянням

$$y'(x) = F(x, y(x), y(x) - \tau y'(x) + \dots + \frac{(-1)^m \tau^m}{m!} y^{(m)}(x)).$$

Звичайно така заміна виконується без жодного обґрунтування її допустимості.

4. Методи, пов'язані з перетворенням Лапласа. Муравйов шукає наближений розв'язок лінійного рівняння з постійними коефіцієнтами і відхиленнями

$$\sum_{h=0}^n a_h x^{(h)}(t) + \sum_{h=0}^n b_h x^{(h)}(t - \tau) = 0 \quad (0 < t < a; \tau > 0, a_n = 1),$$

задовольняє початкові умови

$$x(t) \equiv 0 \quad (t < 0), \quad x^{(k)}(+0) = l_k \quad (k = 0, \dots, n - 1).$$

Для цього використовуються операційне вираження розв'язку на кінцевому інтервалі, отримане в його роботах, для звернення якого застосовується метод Коізумі, що дозволяє знайти наближений вираз для оригіналу у вигляді добутку експоненти на суму ряду Фур'є. Отримана помилка оцінюється.

5. Наближені методи побудови періодичних розв'язків. Пінні розглядає рівняння

$$\sum_{\mu=0}^m c_\mu y^{(\mu)}(t) + \sum_{\mu=0}^{m-1} \sum_{v=1}^N D_{\mu v} y^{(\mu)}(t - \xi_v) = \varepsilon f(Y(t), t), \quad (6)$$

де $\xi_v > 0$; $c_m \neq 0$ і $Y(t)$ – матриця $\|y^{(\mu)}(t - \xi_v)\|$ ($\mu = 0, \dots, m - 1; v = 1, \dots, N$). Розкладаючи розв'язок рівняння (6) при заданих початкових умовах в ряд, коефіцієнти якого залежать від $Y(t)$, він потім обмежується розглядом лише кінцевого числа членів цього ряду, для коефіцієнтів якого виводяться наближені диференціальні рівняння. Знаходячи з них коефіцієнти, отримуємо наближену формулу для розв'язку рівняння (6), яка досить точна при малих $|y|$ і $|\varepsilon|$. З цієї формули виводяться умови, при яких рівняння (6) допускає періодичний розв'язок і знаходиться його наближений вираз. Цей метод дозволяє також судити про стійкість розв'язку, але не підходить при великих значеннях $|y|$, навіть якщо розв'язок залишається при цьому обмеженим.

6. Графічні методи. Графічним методам розв'язання диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами присвячені роботи Штїкана. Розташовуючи спеціальним чином графіки функцій, які знаходяться в правій частині рівняння

$$y'(x) = F(x, y(x), y(x - \alpha(x)), y(x - \beta(y))),$$

він вказує процес, що дозволяє будувати так звані характеристичні трикутники, що визначають напрямок дотичної в точці поля. Збіжність ламаних до шуканої інтегральної кривої не доводиться [2].

Ефективними методами розв'язання диференціальних рівнянь з запізненнями і випередженнями, крім чисельних методів, є також методи усереднення диференціальних та інтегродиференціальних операторів. Математичне моделювання динаміки розвитку потенційно небезпечних об'єктів (ПНО) на основі динамічних систем з відхиленнями у часі, побудованих на відомих статистичних даних про об'єкт, - важлива проблема, що дозволяє оцінити рівень безпеки об'єкта та динаміку його розвитку. Однією з таких моделей є запропонована і досліджена агрегована динамічна модель розвитку ядерного енергетичного об'єкта (окремих блоків АЕС, АЕС або груп АЕС, ядерної галузі країни або групи країн, і т.д.), побудована з урахуванням запізнюючих і випереджаючих аргументів системи.

Дана модель враховує негативні впливи ПНО на навколишнє середовище і їх ослаблення з подальшою ліквідацією, динаміку розвитку самого об'єкта, зміну культури безпеки на ньому і її вплив на показники, включаючи рівень безпеки. Розвиток динамічних моделей ПНО дозволить систематизувати знання про критичні ситуації і взаємовпливи параметрів складної системи, при яких небажані або катастрофічні наслідки можливі.

ПНО будь-якої природи можна розглянути як нелінійну динамічну модель, представлену набором взаємозалежних визначальних параметрів. У загальному випадку агрегована модель може бути представлена у вигляді:

$$\frac{dx_j}{dt} = (N_j - x_j)(a_{j0} + \sum_{i=0}^n a_{ij}(N_j - x_i)), \quad (7)$$

де: x_i - параметри моделі, N_j - граничні можливі значення i -ого параметра, a_{ij} - коефіцієнти, що підлягають визначенню зі статистичних даних про об'єкт, n - число параметрів, $i = 1, 2 \dots n$. Строго кажучи, a_{ij} можуть бути деякими функціями часу; можуть варіюватися відповідно до розглянутої проблемою (тактичне чи стратегічне планування, дослідження критичних ситуацій і т.д.). Тут межі зміни параметрів системи (7) визначаються їх взаємним впливом і близькістю до гранично можливих значень (властивість насичення).

Моделювання ПНО починається з обчислення констант системи рівнянь (7) на основі відомих статистичних даних про досліджуваний об'єкт. Потім перевіряється точність отриманої моделі на інших статистичних даних для встановлення працездатності моделі. На жаль, для багатьох ПНО таких даних недостатньо, тому їх моделювання - тривалий процес, в ході якого відбувається перевірка та уточнення моделі [1].

Таким чином, представлено аналіз диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами та спектр їх застосування, зупинившись лише на декількох галузях сучасної науки. Застосування диференціальних рівнянь з відхиляючими аргументами до різноманітних явищ призвело до виникнення важливого засобу розв'язування практичних задач - математичного моделювання реальних динамічних систем.

Так, багато фізичних законів мають вигляд диференціальних рівнянь. Це ще раз підкреслює чинність математичних законів у природі. Інтегрування цих рівнянь - складна справа. Одні диференціальні рівняння вдається розв'язати в явному вигляді, тобто записати шукану функцію у вигляді формули. Для інших ще й досі не знайдено зручних співвідношень. Диференціальні рівняння досить просто і повно описують виробничі процеси. Тому важливо не лише вміти їх розв'язувати (зараз це зручно із застосуванням чисельних методів та комп'ютерів), а й складати моделі, рівняння.

Диференціальне рівняння, отримане в результаті дослідження реального процесу чи явища, є диференціальною моделлю цього процесу. Крім того, варто відмітити, що при вивченні об'єктів, моделі яких зводяться до диференціальних рівнянь, велике значення має знання законів тих галузей науки, з якими пов'язана природа дослідженого об'єкта, наприклад, закони біології, фізики, хімії та інші.

Отже, почавши свій розвиток, диференціальні рівняння з відхиляючими аргументами стали потужним знаряддям дослідження у багатьох сферах сучасного життя, хоча й сьогодні залишаються не завжди розв'язаними в явному вигляді. Світ диференціальних рівнянь з відхи-

ляючими аргументами залишається настільки багатим, наскільки різноманітним є реальний світ.

Література

1. dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/1593
2. Мокейчев В.С. Дифференциальные уравнения с отклоняющими аргументами / В.С. Мокейчев. – М.: Казанский университет, 1985. – 216 с.
3. Зверкин А.М. Дифференциальные уравнения с отклоняющими аргументами / А.М.Зверкин, Г.А. Каменский, С.Б. Норкини, Л.Э. Эльсгольд. – Успехи математических наук. - Т. 18, выпуск 2 (104), 1962. – 148 с.
4. Джемшид Гараханлу Математичне моделювання потенційно небезпечних ядерних об'єктів зі зсувними аргументами / Джемшид Гараханлу, І. В. Казачков. – К.: Национальный технический университет Украины «КПИ», 2012. – 160 с.

УДК 517.912

ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ПРОЦЕСІВ ЗА МЕТОДОМ ДРОБОВИХ КРОКІВ

І.В. Казачков, І.І. Косяк

При чисельному рішенні багатовимірних задач математичної фізики виключно важливими є питання про стійкість, точність та економічність використовуваних методів. За останні роки розроблено значну кількість економічних різницевих схем чисельного рішення багатовимірних задач математичної фізики, заснованих на розщепленні просторових диференціальних операторів по координатних напрямках і використанні методу скалярної прогонки вздовж цих напрямків. Це значно спрощує задачу, зводячи, наприклад, тривимірну задачу до послідовності трьох одновимірних задач. Так, тривимірні нестационарні задачі математичної фізики постають при вивченні тяжких аварій на АЕС, де мають місце складні фізичні процеси, супроводжувані багатьма іншими.

Метод дробових кроків - метод побудови економічних (у сенсі числа операцій) стійких різницевих схем для рішення крайових задач для систем диференціальних рівнянь математичної фізики [1].

Наприклад, чисельне рішення навіть найпростіших рівнянь параболічного типу сильно ускладнюється, якщо в задачі є в наявності більше одного просторового виміру. Умова стійкості для багатовимірних схем накладає настільки жорсткі обмеження на кроки за часом, що розрахунок за цими схемами практично неможливий. Необхідно застосовувати неявні схеми. Уявімо різницеву схему для чисельного рішення двовимірного рівняння теплопровідності [2]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

у вигляді

$$\frac{u_{ml}^{n+1} - u_{ml}^n}{\tau} = \Delta_1 u_{ml}^{n+1} + \Delta_2 u_{ml}^{n+1},$$

тут

$$\Delta_1 u_{ml}^{n+1} = \frac{u_{m-1,l}^{n+1} - 2u_{m,l}^{n+1} + u_{m+1,l}^{n+1}}{h_x^2}, \quad \Delta_2 u_{ml}^{n+1} = \frac{u_{m,l-1}^{n+1} - 2u_{m,l}^{n+1} + u_{m,l+1}^{n+1}}{h_y^2}.$$

Отримана лінійна система з розрідженою (блоковою) матрицею. Однак вигляд цієї матриці такий, що алгоритм п'ятиточкової прогонки в даному випадку не можна застосовувати.

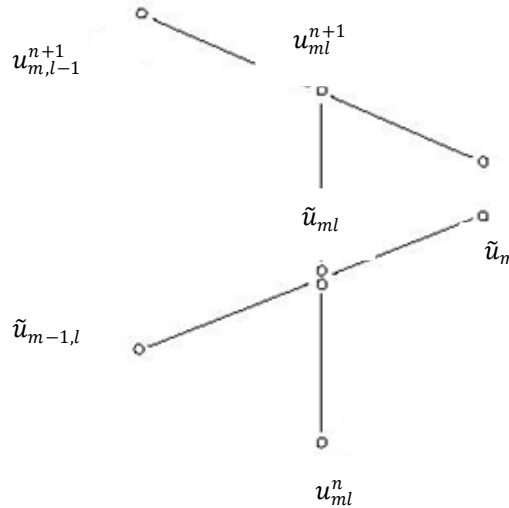


Рис. 1. Просторовий шаблон чисельної схеми

Можна запропонувати схему розщеплення за напрямками, або локально - одномірну схему (метод дробових кроків [3]):

$$\frac{\tilde{u}_{ml} - u_{ml}^n}{\tau} = \Delta_1 \tilde{u}_{ml}, \quad \frac{u_{ml}^{n+1} - \tilde{u}_{ml}}{\tau} = \Delta_2 u_{ml}^{n+1}.$$

Відповідний просторовий шаблон схеми буде, як зображено на рис. 1.

Для аналогічної тривимірної задачі

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

можна запропонувати локально - одномірну схему дробових кроків

$$\begin{aligned} \frac{u_{mlp}^{n+1/3} - u_{mlp}^n}{\tau} &= \Delta_1 u_{mlp}^{n+1/3}, & \frac{u_{mlp}^{n+2/3} - u_{mlp}^{n+1/3}}{\tau} &= \Delta_2 u_{mlp}^{n+2/3}, \\ \frac{u_{mlp}^{n+1} - u_{mlp}^{n+2/3}}{\tau} &= \Delta_3 u_{mlp}^{n+1}. \end{aligned}$$

Порядок апроксимації цих схем: $O(\tau, h_x^2, h_y^2)$ в двовимірному випадку та $O(\tau, h_x^2, h_y^2, h_z^2)$ - в тривимірному. Порядок апроксимації цієї схеми за часом можна збільшити до другого, якщо провести усереднення операторів $\Delta_i u_{mlp}^n$ ($i = 1 \div 3$), апроксимуючих другі похідні по координатах x_i ($i = 1 \div 3$):

$$\begin{aligned} \frac{u_{mlp}^{n+\frac{1}{3}} - u_{mlp}^n}{\tau} &= \Delta_1 \left[\xi u_{mlp}^{n+\frac{1}{3}} + (1 - \xi) u_{mlp}^n \right], \\ \frac{u_{mlp}^{n+2/3} - u_{mlp}^{n+1/3}}{\tau} &= \Delta_2 \left[\xi u_{mlp}^{n+2/3} + (1 - \xi) u_{mlp}^{n+1/3} \right], \\ \frac{u_{mlp}^{n+1} - u_{mlp}^{n+2/3}}{\tau} &= \Delta_3 \left[\xi u_{mlp}^{n+1} + (1 - \xi) u_{mlp}^{n+2/3} \right], \end{aligned}$$

де $0 \leq \xi \leq 1$, причому при $\xi = 1/2$ порядок апроксимації схеми буде $O(\tau, h_x^2, h_y^2, h_z^2)$. Ця схема Кранка-Ніколсона стійка при будь-яких τ, h_x, h_y, h_z ; її шаблон для двовимірної задачі:

$$\frac{u_{ml}^{n+1/2} - u_{ml}^n}{\tau} = \Delta_1 [\xi u_{ml}^{n+1/2} + (1 - \xi) u_{ml}^n],$$

$$\frac{u_{ml}^{n+1} - u_{ml}^{n+1/2}}{\tau} = \Delta_2 [\xi u_{ml}^{n+1} + (1 - \xi) u_{ml}^{n+1/2}]$$

представлений на Рис. 2:

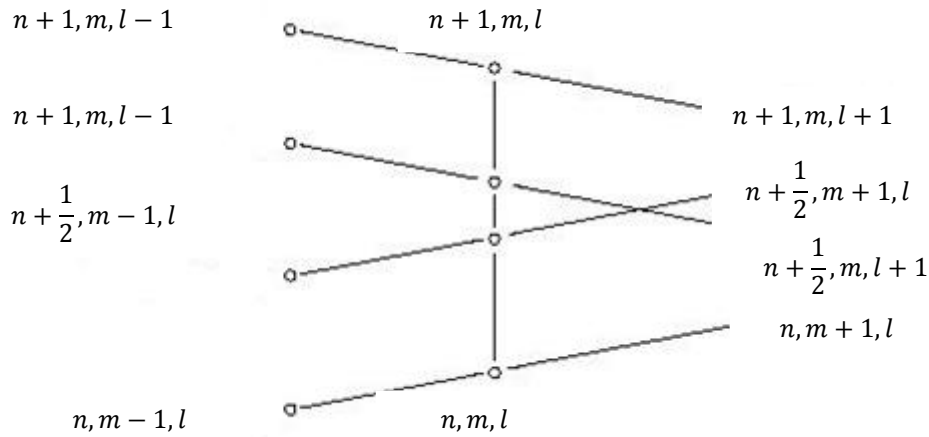


Рис. 2. Шаблон схеми Кранка-Ніколсона для двовимірної задачі

Наведемо ще одну схему, яка має другий порядок апроксимації по τ і h :

$$\frac{\widetilde{u}_{ml} - u_{ml}^n}{\tau} = \frac{1}{2} (\Delta_1 \widetilde{u}_{ml} + \Delta_2 u_{ml}^n), \quad \frac{u_{ml}^{n+1} - \widetilde{u}_{ml}}{\tau} = \frac{1}{2} (\Delta_1 \widetilde{u}_{ml} + \Delta_2 u_{ml}^{n+1});$$

її просторовий шаблон показаний на Рис. 3:

1. Схеми з дробовими кроками можуть застосовуватися і в одномірних задачах. Розглянемо, наприклад, схеми В.К. Саульєва
2. [4] локально-неявного рахунку одномірного рівняння теплопровідності

$$\frac{u^{n+1/2} - u^n}{\tau} = \frac{1}{2} \Lambda u^{n+1/2}, \tag{1}$$

$$\frac{u^{n+1} - u^{n+1/2}}{\tau} = \frac{1}{2} \Lambda u^{n+1/2}, \quad \Lambda = a^2 \frac{\Delta_1 \Delta_{-1}}{h^2},$$

яка відтворює схему поздовжньо-поперечної прогонки для одного з напрямків, наприклад x_1 . Покажемо, що схема (1) еквівалентна двошаровій схемі з вагами при $\alpha = 1/2$ (схема Кранка-Ніколсона). Записуючи (1) у вигляді

$$\left(E - \frac{\tau}{2} \Lambda\right) u^{n+1/2} = u^n, \quad u^{n+1} = \left(E + \frac{\tau}{2} \Lambda\right) u^{n+1/2}, \tag{2}$$

і виключаючи $u^{n+1/2}$, отримуємо

$$\left(E - \frac{\tau}{2}\Lambda\right)u^{n+1} = \left(E + \frac{\tau}{2}\Lambda\right)u^n. \quad (3)$$

Звідси слідує

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\tau} = \Lambda \frac{u^n + u^{n+1}}{2}. \quad (4)$$

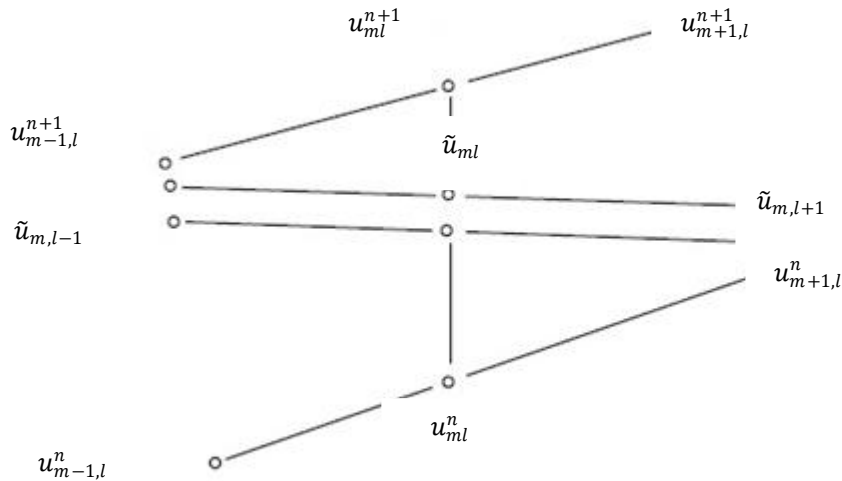


Рис. 3. Просторовий шаблон схеми другого порядку апроксимації по τ і h

3. Перепишемо схему (1) в цілих індексах:

$$\frac{u^n - u^{n-1}}{\tau} = \Lambda u^n, \quad (5a)$$

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\tau} = \Lambda u^n. \quad (5б)$$

Склавши рівняння (5), отримаємо

$$\frac{u^{n+1} - u^{n-1}}{\tau} = 2\Lambda u^n. \quad (6)$$

Схема (6) зовні нагадує схему «хрест», проте формули (5) показують, що схема (6) є неоднорідною і її не можна трактувати як однорідну схему «хрест». Для отримання однорідної схеми слід провести виключення u^n з (5а), (5б), і аналогічно (4) отримуємо

$$\frac{u^{n+1} - u^{n-1}}{\tau} = \Lambda(u^{n-1} + u^{n+1}). \quad (7)$$

Таким чином, одна й та ж формула (6) може бути по-різному розтлумачена, в залежності від закону визначення u^n .

Покажемо ще аналогічний приклад. Схема стабілізуючої поправки

$$\frac{u^{n+1/2} - u^n}{\tau} = \Lambda_1 u^{n+1/2} + \Lambda_2 u^n \quad (8)$$

$$\frac{u^{n+1} - u^{n+1/2}}{\tau} = \Lambda_2(u^{n+1} - u^n)$$

при складанні рівнянь (8) дає

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\tau} = \Lambda_1 u^{n+1/2} + \Lambda_2 u^{n+1}. \quad (9)$$

Мажорантна схема розщеплення

$$\begin{aligned} \frac{u^{n+1/2} - u^n}{\tau} &= \Lambda_1 u^{n+1/2}; \\ \frac{u^{n+1} - u^{n+1/2}}{\tau} &= \Lambda_2 u^{n+1}. \end{aligned} \quad (10)$$

також після складення формально дає рівняння (9), проте схеми (8), (10) різні, і формально одне й те ж рівняння (9) в обох схемах має різний сенс, так як величина $u^{n+1/2}$ визначається в кожній схемі по-своєму. Відповідні схеми в цілих кроках, отримані виключенням $u^{n+1/2}$, не співпадають.

4. Одній і тій же схемі в цілих кроках можуть відповідати різноманітні схеми в дробових кроках. Наприклад, схема в цілих кроках

$$\left(E - \frac{1}{2}\tau\Lambda_1\right)\left(E - \frac{1}{2}\tau\Lambda_2\right)u^{n+1} = \left(E + \frac{1}{2}\tau\Lambda_1\right)\left(E + \frac{1}{2}\tau\Lambda_2\right)u^n \quad (11)$$

може бути реалізована наступними схемами в дробових кроках:

а) схема п. п. п.

$$\begin{aligned} \frac{u^{n+1/2} - u^n}{\tau} &= \frac{1}{2}(\Lambda_1 u^{n+1/2} + \Lambda_2 u^n); \\ \frac{u^{n+1} - u^{n+1/2}}{\tau} &= \frac{1}{2}(\Lambda_1 u^{n+1/2} + \Lambda_2 u^{n+1}); \end{aligned} \quad (12)$$

б) схема розщеплення

$$\begin{aligned} \frac{u^{n+1/2} - u^n}{\tau} &= \Lambda_1(\alpha u^{n+1/2} + \beta u^n); \\ \frac{u^{n+1} - u^{n+1/2}}{\tau} &= \Lambda_2(\alpha u^{n+1} + \beta u^{n+1/2}), \quad \beta = 1 - \alpha, \end{aligned} \quad (13)$$

при $\alpha = \frac{1}{2}$;

в) схема наближеної факторизації оператора

$$\begin{aligned} \left(E - \frac{1}{2}\tau\Lambda_1\right)u^{n+1/2} = f^n &= \left(E + \frac{1}{2}\tau\Lambda_1\right)\left(E + \frac{1}{2}\tau\Lambda_2\right)u^n; \\ \left(E - \frac{1}{2}\tau\Lambda_2\right)u^{n+1} &= u^{n+1/2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Отже, схеми (12)-(14) можуть розглядатися як реалізації однієї і тієї ж схеми (11). Тим самим схеми (12)-(14), без урахування краєвих умов, еквівалентні.

У випадку рівняння зі змішаними коефіцієнтами відповідні схеми з цілими кроками не співпадають і схеми (12)-(14) стають нееквівалентними. Крім того, одна й та ж схема з дробовими кроками може мати різні реалізації краєвих умов.

5. Метод розщеплення з вагами при $m \geq 3, \alpha = \frac{1}{2}$ володіє найбільшою простотою, зберігаючи в той же час властивості сильної стійкості й точності 2-го порядку. Тим не менше застосування схем предиктор-коректор доцільно в тих випадках, коли потрібно інтегрувати рівняння теплопровідності на проміжку часу, що включає вихід на асимптотичний режим ($t \rightarrow \infty$). В цьому випадку схеми предиктор-коректор, на відміну від схеми розщеплення, допускають укрупнення кроку, так як мають властивість повної апроксимації.

До достоїнств схеми МДК можна віднести простоту в алгоритмізації та програмуванні й абсолютну стійкість з великим запасом стійкості навіть для задач, що містять змішані похідні.

До недоліків МДК відносяться наступні: на кожному дробовому кроці досягається часткова апроксимація, повна апроксимація досягається на останньому дробовому кроці, тобто має місце сумарна апроксимація; схема має перший порядок точності за часом [5].

При моделюванні тяжких аварій всередині корпусу реактора й поза ним найбільш важливе питання було й залишається: як зупинити аварію або локалізувати її наслідки в реакторі або контейнменті. Звідси найбільш важливе завдання - охолодження ядерного розплаву в реакторі і (або) поза ним.

Експериментальна установка для дослідження сценарію тяжкої аварії на АЕС була побудована в Королівському технологічному інституті й докладно описана в [6]. Експериментальні дослідження переслідували наступні цілі [7]:

- Чи буде шар дрібних частинок з низькою пористістю досить добре охолоджуватися в глибокому басейні з водою при низьких тисках (пасивна система, без примусового напору)?
- Чи може бути посилений ефект охолодження або поява сухих плям в шарі неминуче й рівномірне охолодження шару частинок неможливе подібним методом?
- Які основні механізми цього методу охолодження шару частинок коріуму і які можливі управляючі дії, якою мірою і яким чином?

Детальне дослідження виявило особливості фізичних явищ, без яких неможливо успішне вирішення проблеми, і показало можливість прояву деяких нових маловивчених явищ, зокрема, аномального локального розігріву, які можуть зробити значний вплив на систему захисту від аварії й повинні бути вивчені більш детально й достовірно.

Література

1. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/1662/%D0%94%D0%A0%D0%9E%D0%91%D0%9D%D0%AB%D0%A5
2. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://www.intuit.ru/department/calculate/nmdiffeq/2/4.html>
3. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. / Н.Н. Яненко. - Н.: Наука.- 1967.- 195с.
4. В.К. Саульев. Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток. М., Физматгиз, 1960.
5. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://ikt.muctr.ru/html2/7/lek7_6.html
6. Konovalikhin M.J., Yang Z.L., Amjad M., Sehgal B.R. On dryout heat flux of particle debris bed with a downcomer/ ICONE-8.- Baltimore.- USA.- April.- 2000.
7. Kazachkov I.V., Konovalikhin M.J. and Sehgal B.R. *Dryout Location in a Low-porosity Volumetrically Heated Particle Bed*// J. of Enhanced Heat Transfer. 2001.- Vol.8, no.6, p.397-410.

УДК 512.5

ЗВЕДЕННЯ КВАДРАТИЧНОЇ ФОРМИ ДО КАНОНІЧНОГО ВИГЛЯДУ ОРТОГОНАЛЬНИМ ПЕРЕТВОРЕННЯМ

А.В. Курниш

Теорія квадратичних форм тісно пов'язана із зведенням рівнянь кривих і поверхонь до канонічного вигляду. Для центральної кривої другого порядку це досягається шляхом перенесення початку координат і повороту прямокутної системи координат на відповідний кут.

З точки зору алгебри дана задача полягає у відшуканні лінійного перетворення, яке приводить заданий многочлен 2-го степеня до канонічного вигляду.

Квадратичною формою називається однорідний многочлен другого степеня від n змінних

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + \dots + 2a_{1n}x_1x_n + a_{22}x_2^2 + 2a_{23}x_2x_3 + \dots + 2a_{2n}x_2x_n + \dots + a_{nn}x_n^2. \quad (1)$$

Коефіцієнтами квадратичної форми можуть бути будь-які числа. Введемо такі позначення: коефіцієнт при x_i^2 позначимо через a_{ii} , а коефіцієнт при x_ix_j , ($i \neq j$) – через $2a_{ij}$. Оскільки $x_ix_j = x_jx_i$, то $2a_{ij} = 2a_{ji}$, так що

$$a_{ij} = a_{ji}. \quad (2)$$

Тоді $2a_{ij}x_ix_j = a_{ij}x_ix_j + a_{ji}x_jx_i$ і всю квадратичну форму F можна записати скорочено у вигляді суми

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}x_ix_j. \quad (3)$$

Матриця $A = (a_{ij})$ порядку n , складена з коефіцієнтів a_{ij} , називається матрицею квадратичної форми, і її ранг – рангом цієї форми. В силу (2) матриця квадратичної форми завжди симетрична. Квадратичну форму F можна розглядати як числову функцію векторного аргументу \vec{x} з компонентами x_1, x_2, \dots, x_n , задану в просторі R_n : $F = F(\vec{x})$. Її можна подати у вигляді векторно-матричного добутку.

$$F(\vec{x}) = \vec{x}^T A \vec{x} \quad (\vec{x} - \text{вектор-стовпець}). \quad (4)$$

Якщо в квадратичній формі з матрицею A виконати лінійне перетворення $\vec{x} = Q\vec{y}$, то дістанемо квадратичну форму з матрицею $B = Q^T A Q$.

Справді, використовуючи форму у вигляді (4), отримаємо $F = (Q\vec{y})^T A Q\vec{y} = \vec{y}^T (Q^T A Q)\vec{y}$, або $F = \vec{y}^T B \vec{y}$, $B = Q^T A Q$. Оскільки $B^T = (Q^T A Q)^T = Q^T A^T Q^{TT} = Q^T A Q = B$, то матриця B симетрична, а отже вона є матрицею квадратичної форми $F(\vec{y}) = \vec{y}^T B \vec{y}$.

Квадратична форма, подана у вигляді суми квадратів змінних, називається канонічною (діагональною):

$$F = \lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + \dots + \lambda_n y_n^2. \quad (5)$$

Матрицею канонічної форми (5) є діагональна матриця $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$. Зведення квадратичної форми до канонічного виду означає застосування такого перетворення змінних, при якому матриця даної форми перетвориться в діагональну.

Квадратичну форму можна звести до канонічного виду не єдиним способом. Як лінійне перетворення, так і канонічна форма визначаються неоднозначно. Але число доданків в усіх можливих канонічних видах квадратичної форми одне й те саме і дорівнює рангу форми.

Розглянемо спосіб зведення дійсної квадратичної форми (форми з дійсними коефіцієнтами) до канонічного виду.

Теорема. Дійсну квадратичну форму можна звести до канонічного вигляду при допомозі ортогонального перетворення невідомих. Стовпцями матриці цього перетворення є координатні стовпці ортонормованої системи власних векторів матриці квадратичної форми, а канонічними коефіцієнтами є власні значення, що відповідають цим векторам.

Справді, для симетричної матриці A з дійсними елементами існує ортогональна матриця Q , яка перетворює її в діагональну

$$B = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), \quad B = Q^{-1}AQ.$$

Де $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ – власні значення матриці A квадратичної форми, а матриця Q утворена з відповідних їм ортонормованих власних векторів-стовпців. Оскільки Q – ортогональна матриця, то $Q^{-1} = Q^T$, тобто $B = Q^T A Q$. B – матриця канонічної форми (5), в яку перетворюється квадратична форма з матрицею A при виконанні ортогонального лінійного перетворення $\vec{x} = Q\vec{y}$.

Зведення канонічної форми до канонічного виду ортогональним перетворенням називають зведенням до головних осей.

Приклад. Привести до головних осей квадратичну форму

$$F = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

Матрицею цієї форми є $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$. Складаємо характеристичне рівняння і знахо-

димо власні значення матриці A .

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 2 - \lambda & 2 & -2 \\ 2 & 5 - \lambda & -4 \\ -2 & -4 & 5 - \lambda \end{vmatrix} = (1 - \lambda)(\lambda^2 - 11\lambda + 10) = 0. \quad \lambda_1 = \lambda_2 = 1, \quad \lambda_3 = 10.$$

Ортонормована система власних векторів матриці A буде такою:

$$\vec{e}_1 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, 0 \right), \quad \vec{e}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{45}}, \frac{4}{45}, \frac{5}{\sqrt{45}} \right), \quad \vec{e}_3 = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right).$$

Ортогональна матриця, що перетворює матрицю A в діагональну $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$, має

вигляд $Q = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{45}} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{4}{45} & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{5}{\sqrt{45}} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$, а відповідним перетворенням $\vec{x} = Q\vec{y}$ є

$$\begin{aligned}x_1 &= -\frac{2}{\sqrt{5}}y_1 + \frac{2}{\sqrt{45}}y_2 - \frac{1}{3}y_3 \\x_2 &= \frac{1}{\sqrt{5}}y_1 + \frac{4}{\sqrt{45}}y_2 - \frac{2}{3}y_3 \\x_3 &= \frac{5}{\sqrt{45}}y_2 + \frac{2}{3}y_3.\end{aligned}$$

Внаслідок такого перетворення дістаємо канонічну форму

$$F = y_1^2 + y_2^2 + 10y_3^2.$$

Ортогональні перетворення зводять дійсну квадратичну форму до одного й того ж канонічного вигляду з точністю до порядку слідування членів. Це впливає з того, що канонічними коефіцієнтами є характеристичні корені матриці даної форми, які визначаються однозначно.

Література

1. Завало С.Т., Костарчук В.Н., Хацет Б.И. Алгебра и теория чисел. Ч. 2. – К.: Вища школа, 1977. – 408 с.
2. Костарчук В.М., Хацет Б.И. Курс вищої алгебри. – К.: Вища школа, 1969. – 540 с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1969. – 432 с.
4. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – М.: Просвещение, 1968. – 335 с.

УДК 514.7(075.8)

ГЕОДЕЗИЧНІ ЛІНІЇ НА ГЛАДКИХ КОНІЧНИХ ПОВЕРХНЯХ

Л. В. Циганок, Я. В. Литовченко

Розглянемо конічну поверхню K з вершиною у початку координат прямокутної системи $O\vec{i}\vec{j}\vec{k}$. За напрямну l цієї поверхні візьмемо одну з центрально симетричних ліній перетину конуса K із сферою G одиничного радіуса з центром у початку координат (рис. 1). Нехай l – гладка лінія класу C^2 (двічі диференційована) задана векторним рівнянням

$$\vec{\rho} = \vec{\rho}(v) \quad (1)$$

у природній параметризації, де параметр v набуває значень з числового проміжку I .

Тоді векторне рівняння конуса K набуває вигляду

$$\vec{R} = u\vec{\rho}(v),$$

де $u \in (-\infty, +\infty)$, $v \in I$.

Нехай геодезична лінія γ задана на конічній поверхні K внутрішніми рівняннями

$$u = u(s), v = v(s) \quad (2)$$

з природним параметром s . Дістанемо векторне рівняння геодезичної лінії γ

$$\vec{r} = u(s)\vec{\rho}(v(s)), s \in I_1. \quad (3)$$

Оскільки лінія γ є геодезичною лінією поверхні тоді і тільки тоді, якщо її головна нормаль у кожній точці збігається з нормаллю до поверхні, знайдемо вектор

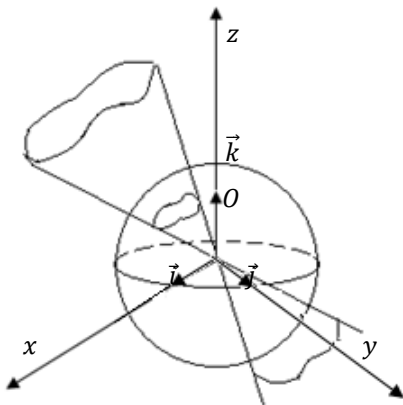


Рис. 1

$$\vec{N} = [\vec{R}'_u \vec{R}'_v]$$

нормалі до конічної поверхні за умови $u \neq 0$, що виключає вершину конуса. Тоді

$$\vec{R}'_u = \vec{\rho}(v), \quad \vec{R}'_v = u \frac{d\vec{\rho}}{dv}, \quad \vec{N} = u \left[\vec{\rho}(v) \frac{d\vec{\rho}}{dv} \right],$$

або

$$\vec{N} = u[\vec{\rho} \vec{\rho}'], \text{ де } \vec{\rho} = \vec{\rho}(v), \quad \vec{\rho}' = \frac{d\vec{\rho}}{dv}.$$

Розглянемо вектор $\vec{N}_1 = [\vec{\rho} \vec{\rho}']$, який колінеарний вектору \vec{N} , отже є напрямним вектором нормалі у кожній точці конуса K за виключенням вершини O .

Враховуючи те, що лінія l лежить на сфері G одиничного радіуса з центром O для всіх значень $v \in I$, $\vec{\rho}$ в (1) є одиничним вектором, тоді вектор $\vec{\rho}'$ перпендикулярний $\vec{\rho}$ і $|\vec{\rho}'| = 1$, тому що в рівнянні (1) v – природний параметр.

Отже, згідно означення векторного добутку вектор \vec{N}_1 також одиничний вектор, перпендикулярний до векторів $\vec{\rho}$, $\vec{\rho}'$ і трійка векторів $\vec{\rho}$, $\vec{\rho}'$, \vec{N}_1 має праву орієнтацію.

Знайдемо вектор кривини $k\vec{v}$ геодезичної лінії γ , оскільки він є напрямним вектором головної нормалі γ . Згідно формули Френе $k\vec{v} = \frac{d\vec{\tau}}{ds}$, $\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}}{ds}$ – одиничний вектор дотичної. З рівняння геодезичної лінії (3), враховуючи (2), знаходимо

$$\vec{r}' = u'\vec{\rho} + u\vec{\rho}'v', \text{ де } \vec{r}' = \frac{d\vec{r}}{ds}, \quad \vec{\rho}' = \frac{d\vec{\rho}}{dv}, \quad u' = \frac{du}{ds}, \quad v' = \frac{dv}{ds}.$$

Оскільки \vec{r}' – одиничний вектор, $(\vec{r}')^2 = 1$, звідси

$$u^2\vec{\rho}^2 + 2uu'v'(\vec{\rho} \vec{\rho}') + u^2\vec{\rho}'^2v'^2 = u^2 + u^2v'^2 = 1,$$

тому що $\vec{\rho}^2 = \vec{\rho}'^2 = 1$, $\vec{\rho} \vec{\rho}' = 0$. Дістали рівняння

$$u^2 + u^2v'^2 = 1. \quad (4)$$

Диференціюючи похідну $\vec{r}' = u'\vec{\rho} + u\vec{\rho}'v'$ по природному параметру s , знаходимо вектор

$$\begin{aligned} \vec{r}'' &= k\vec{v} = u''\vec{\rho} + 2u'v'\vec{\rho}' + uv''\vec{\rho}' + uv'^2\vec{\rho}'' = \\ &= u''\vec{\rho} + (2u'v' + uv'')\vec{\rho}' + uv'^2\vec{\rho}'', \end{aligned}$$

де $\vec{r}'' = \frac{d^2\vec{r}}{ds^2}$, $\vec{\rho}'' = \frac{d^2\vec{\rho}}{dv^2}$, $u'' = \frac{d^2u}{ds^2}$, $v'' = \frac{d^2v}{ds^2}$.

Внаслідок колінеарності векторів \vec{N}_1 і $k\vec{v}$ їх векторний добуток дорівнює нульовому вектору:

$$[\vec{N}_1, k\vec{v}] = 0,$$

звідси дістанемо

$$[[\vec{\rho} \vec{\rho}'], u''\vec{\rho} + (2u'v' + uv'')\vec{\rho}' + uv'^2\vec{\rho}'] = \vec{0},$$

або

$$\begin{aligned} u''\vec{\rho}' - (2u'v' + uv'')\vec{\rho} + uv'^2(\vec{\rho} \vec{\rho}'')\vec{\rho}' &= \vec{0}, \\ (u'' + uv'^2(\vec{\rho} \vec{\rho}''))\vec{\rho}' - (2u'v' + uv'')\vec{\rho} &= \vec{0}, \end{aligned} \quad (5)$$

тому що

$$[[\vec{\rho} \ \vec{\rho}']\vec{\rho}] = \vec{\rho}', \quad [[\vec{\rho} \ \vec{\rho}']\vec{\rho}'] = -\vec{\rho}, \quad [[\vec{\rho} \ \vec{\rho}']\vec{\rho}'] = (\vec{\rho} \ \vec{\rho}'')\vec{\rho}'$$

згідно формули

$$[[\vec{a} \ \vec{b}]\vec{c}] = \vec{b}(\vec{a} \ \vec{c}) - \vec{a}(\vec{b} \ \vec{c}),$$

враховуючи, що $\vec{\rho}^2 = \vec{\rho}'^2 = 1$, $\vec{\rho} \ \vec{\rho}' = 0$, $\vec{\rho}' \vec{\rho}'' = 0$.

Оскільки вектори $\vec{\rho}$ і $\vec{\rho}'$ неколінеарні, то вони лінійно незалежні і з рівності (5) випливає система

$$\begin{cases} 2u'v' + uv'' = 0, \\ u'' + uv'^2(\vec{\rho} \ \vec{\rho}'') = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Об'єднуючи систему (6) і рівняння (4) дістанемо систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} 2u'v' + uv'' = 0, \\ u^2 + u^2v'^2 = 1, \\ u'' + uv'^2(\vec{\rho} \ \vec{\rho}'') = 0. \end{cases} \quad (7)$$

З першого рівняння (7) випливає, що добуток u^2v' є сталим числом, тому що похідна від u^2v' по природному параметру s дорівнює нулю:

$$(u^2v')' = 2uu'v' + u^2v'' = u(2u'v' + uv'') = 0.$$

Отже, $u^2v' = c$, звідси $u^4v'^2 = c^2$ або

$$u^4(dv)^2 = c^2(ds)^2. \quad (8)$$

А оскільки з другого рівняння системи (7)

$$(ds)^2 = (du)^2 + u^2(dv)^2,$$

підставляючи $(ds)^2$ у рівняння (8), дістанемо диференціальне рівняння

$$u^4(dv)^2 = c^2(du)^2 + c^2u^2(dv)^2,$$

або

$$(u^4 - c^2u^2)(dv)^2 = c^2(du)^2,$$

інтегруючи яке, дістанемо

$$\begin{aligned} v &= c \int \frac{du}{u\sqrt{u^2-c^2}} = -\operatorname{arccs} \frac{u}{c} + c_1, \\ c_1 - v &= \operatorname{arccs} \frac{u}{c}, \quad c \neq 0, \\ u &= \frac{c}{\sin(c_1 - v)}. \end{aligned}$$

Отже, векторне рівняння сім'ї геодезичних ліній на конічній поверхні K має вигляд

$$\vec{r} = \frac{c}{\sin(c_1 - v)} \vec{\rho}(v). \quad (9)$$

Третє рівняння системи (7) встановлює зв'язок між параметром v в рівнянні (1) і природним параметром s у рівнянні (3). Число $\vec{\rho} \vec{\rho}''$ визначається вектор-функцією $\vec{\rho}(v)$ в рівнянні (1) на прямої лінії l кінчної поверхні K .

Наприклад, нехай напрямна l_0 кінчної поверхні K задана рівнянням

$$\vec{\rho}_0 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\sqrt{2}v); \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\sqrt{2}v); \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \quad (10)$$

де параметр v належить проміжку $I_0 = [0; \sqrt{2}\pi)$. Очевидно, лінія l_0 в (10) – коло радіуса 1, розміщене у площині $z = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Знайдемо похідні

$$\begin{aligned} & \vec{\rho}'_0(-\sin(\sqrt{2}v); \cos(\sqrt{2}v); 0); \\ & \vec{\rho}''_0(-\sqrt{2}\cos(\sqrt{2}v); -\sqrt{2}\sin(\sqrt{2}v); 0). \end{aligned}$$

Оскільки для всіх $v \in I_0$ $|\vec{\rho}_0| = 1$, коло l_0 належить сфері G одиничного радіуса з центром у початку координат, а так як $|\vec{\rho}'_0| = 1$ для всіх $v \in I_0$, то параметр v в (10) є природним параметром. Враховуючи, що для $\vec{\rho}_0$ в (10) $\vec{\rho}_0 \vec{\rho}''_0 = -1$, третє рівняння системи (7) набуває вигляду

$$u'' - uv'^2 = 0.$$

А рівнянням геодезичних ліній згідно (9) є

$$\vec{r} = \frac{c}{\sin(c_1 - v)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\sqrt{2}v); \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\sqrt{2}v); \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

на кінчній поверхні

$$\vec{K}_0 = u \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\sqrt{2}v); \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\sqrt{2}v); \frac{1}{\sqrt{2}} \right),$$

$$u \in (-\infty; \infty), v \in [0; \sqrt{2}\pi).$$

Література

1. Атанасян Л.С. Геометрия. Учеб. пособие для студентов физ-мат. фак. пед. ин-тов. В 2 ч. Ч.2 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. – М.: Просвещение, 1987. – 352 с.
2. Моденов П. С. Сборник задач по дифференциальной геометрии / П.С.Моденов. – М.: Учпедгиз, 1949. – 238 с.
3. Циганок Л. В. Один векторний метод знаходження геодезичних ліній на поверхні // Фізико-математичні записки. Збірник наукових праць.–Ніжин: НДУ імені Миколи Гоголя, 2012. – С.13-18.

2

Фізика та астрономія

УДК 537.311.41

ДО ПИТАННЯ ПРО ПОСТІЙНУ СКЛАДОВУ В СПЕКТРАХ ФАРАДЕЇВСЬКОГО ОБЕРТАННЯ ТА УПОРЯДКУВАННЯ В ТВЕРДИХ РОЗЧИНАХ $(\text{InAs})_x\text{-(CdTe)}_{1-x}$

В.О. Аніщенко

Станом на сьогодні існує велика група систем типу $A^3B^5-A^2B^6$, в яких виявлено утворення гетеровалентних твердих розчинів.

Теоретичний і практичний інтерес становлять гомогенні області поблизу вихідних подвійних сполук A^3B^5 і A^2B^6 . Фази в цих областях є сильно легованими або сильно компенсованими напівпровідниками, які останнім часом знайшли застосування в електронних приладах.

У гетеровалентних твердих розчинах (ТР) часто проявляється ефект упорядкування, пов'язаний з екстремумами фізико-хімічних і електронних властивостей.

У роботі [1] проведено дослідження величини упорядкування структури залежно від складу ТР $(\text{InAs})_x - (\text{CdTe})_{1-x}$ методом міжзонного оптичного поглинання. Поблизу фундаментального краю оптичного поглинання, як випливає з експерименту, коефіцієнт поглинання експоненціально зростає з частотою:

$$\alpha = \alpha_0(T) \exp \left[\frac{\hbar\omega - \hbar\omega_0(T)}{\Delta(T)} \right], \quad (1)$$

де $\alpha_0(T)$ – величина, що слабо залежить від температури, ω – частота світла, ω_0 – порогова частота, $\Delta(T)$ – енергія [1].

Поглинання світла на частоті нижче порогової у випадку ТР $(\text{InAs})_x - (\text{CdTe})_{1-x}$ зумовлене, імовірно, двома чинниками: переходами з хвоста валентної зони на рівень Фермі зони провідності та переходами електронів з вершини валентної зони на дірки Фермі-заповнення. Принагідно зазначимо, що хвіст валентної зони спричинений хаотичним потенціалом неупорядковано розташованих атомів.

У першому випадку густина станів експоненціально спадає в глибину забороненої зони. Для простоти в роботі [1] припустили, що закон спадання густини станів має вигляд $\exp(-\varepsilon / \Delta_0)$, де ε – енергія, яка відраховується вгору від вершини валентної зони, а Δ_0 – енергія, що характеризує величину флуктуації потенціалу кристалічної ґратки і не залежить від температури. Слід наголосити, що у другому випадку кількість дірок спадає вглиб фермі-заповнення за законом $\exp(-\varepsilon / kT)$, де ε тепер відраховується вниз від рівня Фермі (k – стала Больцмана), а коефіцієнт поглинання в цьому випадку спадає за законом (1) з $\Delta(T) = kT$. Зрозуміло, цей механізм поглинання не реалізується при низьких температурах, в той час як перший механізм і при $T \rightarrow OK$.

На графіках $\lg \alpha = f(h\nu)$, побудованих для ТР $(\text{InAs})_x - (\text{CdTe})_{1-x}$ в температурному інтервалі 100...500 К чітко видно, що нахил довгохвильових ділянок не залежить від температури. Цей нахил і визначає характерну для даного зразка енергію Δ_0 , яка дає безпосередню інформацію про хвіст валентної зони. Короткохвильові ж ділянки утворюють температурне віяло, яке сходиться в одну точку, що відповідає пороговому переходу. Ці ділянки кривих відповідають переходам на дірки у Фермі-заповненні. Коли енергія кванта стає меншою за ширину заборо-

неної зони, закиди електронів в зону провідності стають неможливими, і в поглинанні починає приймати участь хвіст валентної зони. Зазначимо, що внаслідок малої ефективної маси електрона хвіст зони провідності менший, аніж валентної. Саме цим і пояснюються перегини на кривих $\lg \alpha = f(h\nu)$.

Для сплавів $(\text{InAs})_x - (\text{CdTe})_{1-x}$ визначити залежність Δ_0 від складу з нахилу довгохвильової ділянки на графіках залежності коефіцієнта поглинання від енергії вдалося лише менше до 1 мол.% телурида кадмію [1]. Поява усереднізонних переходів в зоні провідності в цьому ж енергетичному інтервалі маскує картину поглинання при переходах на хвостах густини станів в забороненій зоні. Тому для зразків з вмістом CdTe більшим за 1 мол.% Δ_0 визначали з експериментальних залежностей $\sigma = \sigma(T)$, де $\sigma = kT / \Delta(T)$, а $(\Delta_0)^{-1} = (d\sigma / dT)_{T \rightarrow 0}$. Залежність Δ_0 від складу TP $(\text{InAs})_x - (\text{CdTe})_{1-x}$ показана на рис.1.

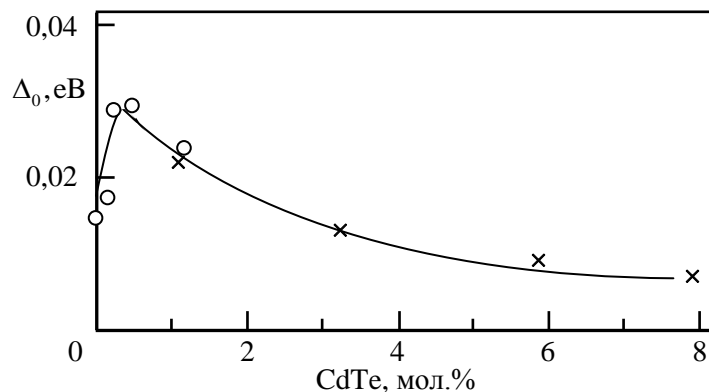


Рис. 1. Залежність Δ_0 від складу TP $(\text{InAs})_x - (\text{CdTe})_{1-x}$ (0 – значення Δ_0 , одержані з нахилу довгохвильових ділянок залежностей $\lg \alpha = f(h\nu)$; x – значення Δ_0 , обраховані з експериментальної залежності $\sigma = \sigma(T)$)

З рисунка видно, що при вмісті в сплаві 0,5 мол.% CdTe Δ_0 набуває максимального значення, яке дорівнює 0,028 eV. Це означає, що найбільші флуктуації потенціалу кристалічної ґратки (найбільша розупорядкованість) досягається при вмісті в TP 0,5 мол.% CdTe. У зазначеній вище області концентрацій другого компонента в системі InAs – CdTe спостерігається також мінімум ширини забороненої зони та ефективної маси на дні зони [2]. Таким чином, найбільше значення флуктуації потенціалу кристалічної ґратки спостерігається поблизу переходу до упорядкування.

У праці [3] повідомлялося про вивчення ефекту Фарадея (ЕФ) в TP $(\text{InAs})_x - (\text{CdTe})_{1-x}$. В цих розчинах має місце ЕФ на вільних носіях заряду. Проте екстраполяція графіків залежності питомого кута повороту площини поляризації променів θ / Hd від квадрата довжини хвилі, які є прямими лініями, до $\lambda = 0$ мкм, не приводить їх до початку координат, а відсікає повний додатний відрізок на осі ординат. На природу постійної складової фарадеївського обертання (ФО) на вільних електронах існують різні поляди. Є спроби пояснити постійну складову в GaAs внеском міжзонного ЕФ [4]. В роботі [5] це явище пов'язується з багатократним відбиванням в зразках n-GaAs та неоднорідністю зразків. Природа постійної складової може бути також пов'язана з різним заповненням магнітних підзон, що спостерігалось в n-InSb [6]. Однак питання про постійну складову у спектрах ФО до цього часу не розв'язане.

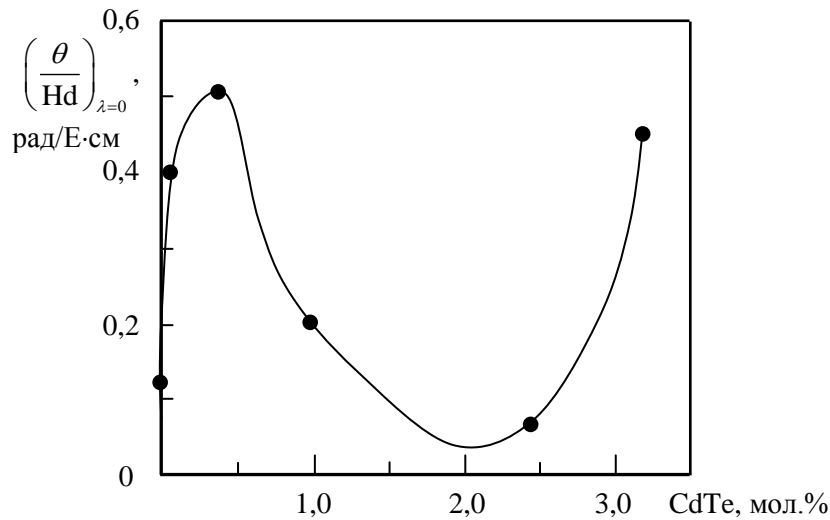


Рис. 2. Залежність постійної складової ФО від хімічного складу ТР $(InAs)_x - (CdTe)_{1-x}$

Нам вдалося доцільним проаналізувати залежність постійної складової ФО від складу ТР $(InAs)_x - (CdTe)_{1-x}$ (рис. 2). З рисунка видно, що залежність $(\theta/Hd)_{\lambda=0}$ від хімічного складу ТР має явно виражений немонотонний характер. Спостерігається максимум в області хімічних складів ТР, близьких до 0,5 мол.% CdTe та мінімум в області 1,5...2,5 мол.% CdTe. Порівнюючи рис. 1 і 2 бачимо, що максимум $(\theta/Hd)_{\lambda=0}$ на рис. 2 припадає на той же хімічний склад ТР, що і максимум Δ_0 на рис. 1. Це дає підстави припустити, що постійна складова ФО у ТР $(InAs)_x - (CdTe)_{1-x}$ може вказувати на ступінь розупорядкованості у розташуванні атомів у сплаві, яка досягає максимальної величини при введенні в InAs \square 0,5 мол.% CdTe. Широкий мінімум в області 1,5...2,5 мол.% CdTe, імовірно, вказує на максимальне упорядкування атомів у ТР і перехід від подвійного легування InAs кадмієм і телуром до утворення «власне» твердих розчинів $(InAs)_x(CdTe)_{1-x}$. На користь такого припущення свідчить залежність фарадеївської ефективної маси електронів від хімічного складу ТР. Ефективна маса в ТР $(InAs)_x(CdTe)_{1-x}$ з вмістом CdTe до 2,5 мол.% помітно менша, ніж у легуваному телуром InAs з такою ж концентрацією носіїв заряду [3]. Важливо зазначити, що у ТР з вмістом CdTe 1,0...3,5 мол.% концентрація електронів практично однакова: $(1,0...1,1)10^{19} \text{ см}^{-3}$. Тому залежність ефективної маси не концентраційна, а обумовлена, імовірно, тією обставиною, що при вмісті в ТР CdTe у кількості (1,0...2,0) мол.% відбуваються зміни в структурі зони провідності.

На користь такого припущення свідчить ФО в зразку із вмістом телуриду

кадмію 1,5 мол.% ($N = 1,1 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$,

$U = 1970 \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$, рис. 3) [3].

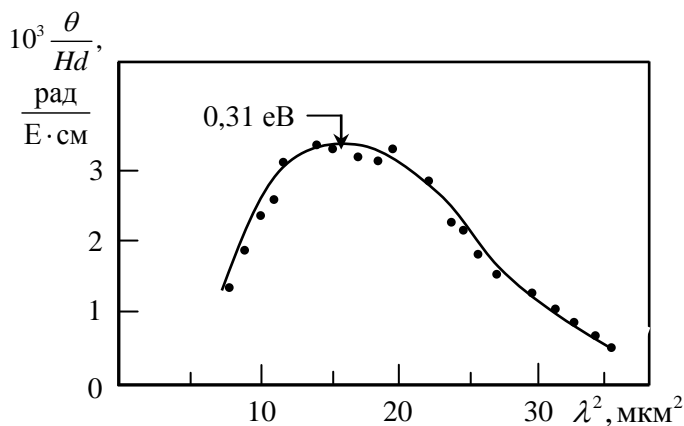


Рис. 3. Спектральна залежність ФО в твердому розчині $(InAs)_{0,985} (CdTe)_{0,015}$ для $T = 296 \text{ K}$ [3]

У цьому зразку, на відміну від інших, має місце міжзонний ефект Фарадея, в спектрі якого спостерігається максимум, близький до E_g . Максимум відповідає енергії 0,31 eВ, в той час як ширина забороненої зони у вихідному InAs при $T = 296 \text{ K}$ дорівнює 0,35 eВ [7].

Для InAs внесок в міжзонний ефект Фарадея зі станів зони легких дірок та спин-орбітально відщепленої зони від'ємний, в той час як переходи зі станів зони важких дірок

спричиняють додатне обертання. При збільшенні енергії фотонів і наближенні її до $\hbar\omega \sim E_g$ різко зростає внесок переходів з найменшими енергіями. Для InAs та твердих розчинів на його основі в області малих концентрацій другого компонента оптичними переходами з найменшими енергіями в магнітному полі є переходи зі станів зони легких дірок. В кожному конкретному випадку знак фарадеївського обертання визначається значенням зонних параметрів даного матеріалу і заповненням рівнів носіями заряду [4]. Тому можна припустити, що в області частот $\hbar\omega \sim E_g$ в ТР (InAs)_{0,985}(CdTe)_{0,015} за рахунок раніше проаналізованих чинників реалізується такий набір зонних параметрів, при яких починають переважати переходи із зони легких дірок над переходами із зони важких дірок, що і обумовлює інверсію знака ФО.

Таким чином, у ТР (InAs)_x – (CdTe)_{1-x} в області концентрацій CdTe 1,5 мол.% спостерігаються екстремальні точки залежностей фарадеївської ефективної маси та ширини забороненої, пов'язані з упорядкуванням у розташуванні атомів в кристалічній ґратці твердого розчину. Індикатором ступеня упорядкування в ТР (InAs)_x(CdTe)_{1-x}, імовірно, може слугувати постійна складова фарадеївського обертання.

Література

1. Семиколенова Н.А. Исследование упорядочения твердых растворов (InAs)_x – (CdTe)_{1-x} и (InSb)_x – (CdTe)_{1-x} по межзонному оптическому поглощению / Н.А. Семиколенова, Л.А. Скоробогатова, Э.Н. Хабаров // Физика и техника полупроводников. – 1974. – № 8. – С. 1498 – 1501.
2. Бузевич Г.И. Исследование процессов роста и физических свойств эпитаксиальных слоев твердых растворов InAs – CdTe: автореф. дисс. на соискание уч. степ. канд. физ.-мат. наук: спец. 01.046 «Физика твердого тела» / Г.И. Бузевич. – Иркутск, 1972. – 17с.
3. Аніщенко В.О. Ефект Фарадея в гетеровалентних твердих розчинах (InAs)_x(CdTe)_{1-x} та легovanому телуру арсеніди індію / В.О. Аніщенко // Фізико-математичні записки: Зб. наук. праць. – Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя, 2012. – С. 19 – 24.
4. Сизов Ф.Ф. Магнетооптические эффекты Фарадея и Фогта в применении к полупроводникам / Ф.Ф. Сизов, Ю. Уханов. – К.: Наукова думка, 1979. – 178с.
5. Кравченко А.Ф. Влияние неоднородности образа на спектральный ход инфракрасного эффекта Фарадея / А.Ф. Кравченко, Ю.П. Машуков // Известия высших учебных заведений СССР. Серия Физика. – 1971. – № 4. – С. 100 – 103.
6. Уханов Ю.И. Магнитооптический эффект Фарадея в полупроводниках / Ю.И. Уханов // Успехи физических наук. – 1973. № 4. – С. 667 – 694.
7. Маделунг О. Физика полупроводниковых соединений элементов III и V групп / О. Маделунг. – М.: Мир, 1967. – 477с.

УДК 537.311.41

ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ В АРСЕНІДІ ГАЛІЮ, ОДНОЧАСНО ЛЕГОВАНОМУ ДОНОРНОЮ (Te) І АКЦЕПТОРНОЮ (Cd) ДОМІШКАМИ

В. О. Аніщенко

Вивчення впливу домішок на властивості напівпровідників має велике практичне значення, оскільки введення домішок дозволяє отримувати матеріали з наперед заданими параметрами.

Домішки порушують трансляційну симетрію кристала, внаслідок чого, строго кажучи, поняття квазіімпульса, зони і т.д. втрачають попередній сенс.

Вплив домішки на енергетичний спектр електронів у кристалі складається з таких факторів.

1. Потенціал домішки відрізняється від потенціалу заміщеного атома, різниця дає так зване локальне збурення потенціалу.

2. Атом домішки може відрізнятися від атома, який вона заміщає, за розміром. Це спричиняє деформацію кристалічної ґратки в околі домішки, що також впливає на енергетичний спектр електронів.

3. Атом домішки не лише зсуває найближчі атоми ґратки, але і змінює їх потенціал. Тому розсіювачем для електрона в домішковому кристалі буде не сама домішка, а «комплекс» – атом домішки + оточення домішки в кристалі [1].

Енергетичний спектр електронів в арсеніді галію, легovanому лише донорними домішками, вивчений досить добре [2, 3, 4]. Разом з тим в літературі відсутні дані про енергетичний спектр електронів у подвійно легovanому донорними і акцепторними домішками арсеніді галію, отримані, зокрема, на основі ефекту Фарадея (ЕФ).

Для дослідження ЕФ в GaAs, одночасно легovanому домішками телуру і кадмію, методом напрямленої кристалізації при постійному градієнті температури був отриманий крупноблочний зливok арсеніду галію з вмістом в ньому 0,1 мол. % CdTe. Зразки для дослідження вирізалися з різних частин зливка перпендикулярно до його повздожньої осі з метою отримати зразки з різною концентрацією електронів.

Електричні вимірювання проводилися на зразках розмірами $12 \times 3 \times 1,5$ мм³ за класичною методикою на постійному струмі в постійних магнітному і тепловому полях. Зразки були низькоомними і електрично однорідними по довжині.

Після виконання електричних вимірювань зразки шліфувалися абразивними порошками та полірувалися абразивними пастами до товщин 150 мкм.

Всі характеристики зразків, виміряні та обраховані в процесі дослідження, наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

№ зразків GaAs, одночасно легovanого домішками Te і Cd, концентрація N електронів, товщина зразків d , відповідний довжині хвилі λ питомий кут повороту площини поляризації променів θ / Hd та фарадеївська ефективна маса електронів m_F^* / m_0 для $T = 296K$

№ зразка	N , см ⁻³	d , мкм	λ , мкм	$10^4 \frac{\theta}{Hd}$, рад/Е·см	$\frac{m_F^*}{m_0}$
4n	$2,8 \cdot 10^{18}$	143	6,0	11,9	$0,081 \pm 0,009$
13n	$3,9 \cdot 10^{18}$	142	6,0	9,9	$0,10 \pm 0,01$
1n	$4,3 \cdot 10^{18}$	110	6,0	12,9	$0,096 \pm 0,010$
8n	$5,7 \cdot 10^{18}$	110	6,0	22,6	$0,084 \pm 0,009$

З графіків $\theta / Hd = f(\lambda^2)$ (рис. 1) видно, що в арсеніді галію, одночасно легovanому Te і Cd, має місце лінійна залежність питомого кута повороту площини поляризації променів від квадрата довжини хвилі, що є характерним для ЕФ на вільних носіях заряду. Проте екстраполяція лінійних ділянок графіків до $\lambda = 0$ мкм не приводить їх до початку координат, а відсікає певний додатній відрізок на осі ординат. Існування додаткового обертаня при $\lambda = 0$ мкм можна пов'язати з особливостями подвійного легovanого GaAs як неупорядкованої системи.

По нахилу залежностей $\theta / Hd = f(\lambda^2)$, за формулою

$$m_F^* = \sqrt{\frac{Ne^3 \lambda^2}{n_r 2\pi c^4 \frac{\theta}{Hd}}}, \quad (1)$$

де e – заряд електрона, n_r – показник заломлення в області прозорості зразків, c – швидкість світла, визначалася фарадеївська ефективна маса m_F^* / m_0 (табл. 1).

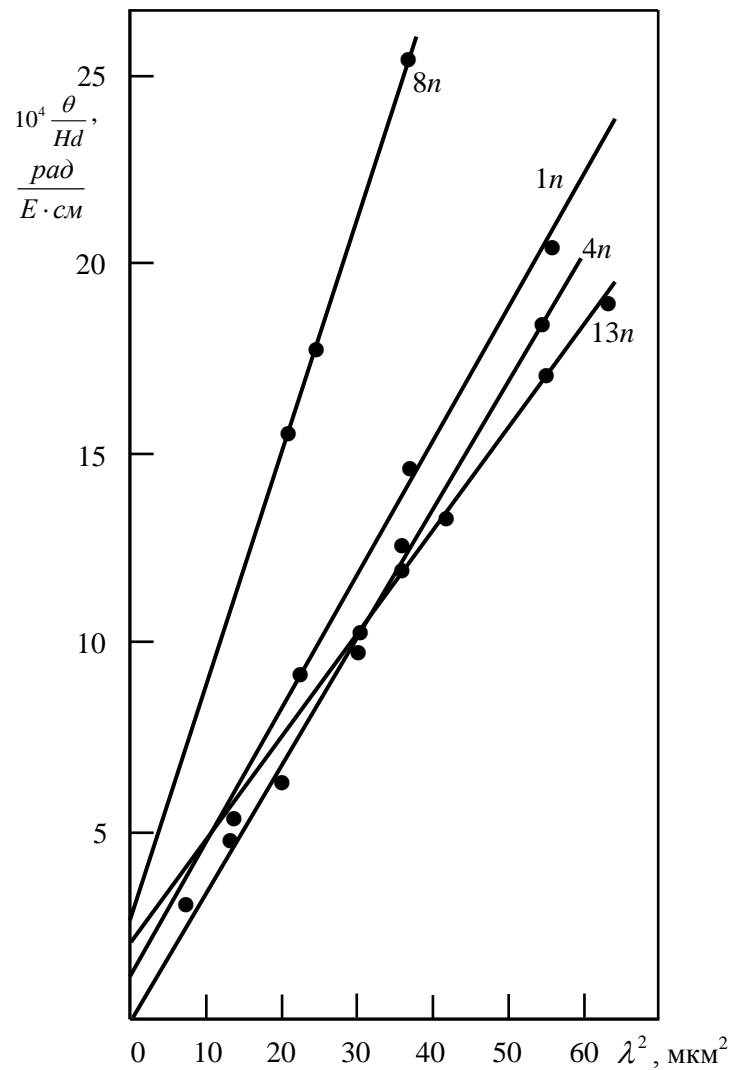


Рис. 1. Залежності питомого кута повороту площини поляризації І4-променів θ / Hd від λ^2 для зразків 4n, 13n, 1n, 8n одночасно легованого домішками Te і Cd GaAs при $T = 296K$

Для обчислень ефективної маси n_e приймався рівним 3,4. Похибка визначення ефективної маси складала 10%.

Для порівняння енергетичного спектра електронів в GaAs, легваному лише донорною домішкою, і подвійно легваному телуrom і кадмієм, ми перенесли на рис. 2 фарадеївські ефективні маси електронів, наведені в [4, С. 144]. Зірочками показані ефективні маси, отримані нами. Наші значення m_e^* / m_0 у межах похибки потрапляють в інтервал значень ефективних мас, отриманих для зразків лише з донорними домішками. Це свідчить про те, що у вивченому концентраційному інтервалі відмінностей в енергетичному спектрі електронів подвійно легваного GaAs і легваного лише донорною домішкою, не спостерігається.

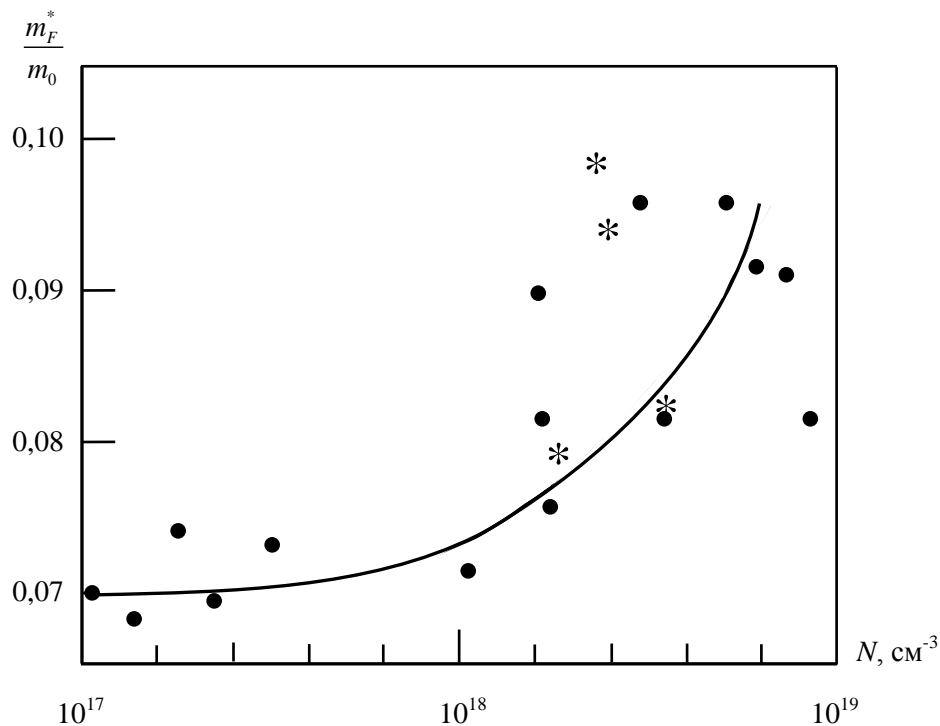


Рис. 2. Залежність фарадеївської ефективної маси електронів m_F^* / m_0 в GaAs

від концентрації електронів: ● – [4], * – наші дані

Література

1. Захаров А.Ю. Изменение энергетического спектра электронов в полупроводниковых сплавах замещения / А. Ю. Захаров // Физика и техника полупроводников. – 1975. – Т. 9 – № 3. – С. 425 – 431.
2. Уханов Ю.Н. Магнитооптический эффект Фарадея в полупроводниках / Ю.Н. Уханов // Успехи физических наук. – 1973. – Т. 109. – № 4. – С. 667 – 692.
3. Сизов Ф.Ф. Магнитооптические эффекты Фарадея и Фогта в применении к полупроводникам / Ф.Ф. Сизов, Ю.Н. Уханов. – К.: Наукова думка, 1979. – 178с.
4. Арсенид галлия. Получение, свойства и применение / [Бурдуков Ю.М., Гашимзаде Ф.М., Гольдберг Ю.А. и др.]; под. ред. Ф.П. Кесаманлы и Д.Н. Наследова. – М.: Наука, 1973. – 471с.

УДК 621.315.592

ТЕРМОЕРС ТА ЕФЕКТИВНА МАСА ДІРОК В ZnSnAs_2 ТА ZnGeAs_2

В.О. Аніщенко

Потрійні напівпровідникові сполуки $A^2B^4C^5_2$ є найближчими електронними, хімічними і кристалохімічними аналогами подвійних сполук A^3B^5 , які широко використовуються для виробництва численних напівпровідникових приладів.

Хімічна й електронна аналогія потрійних і подвійних сполук визначається подібним хімічним складом аніонів в сполуках обох типів, а також рівністю електронної концентрації, або, інакше кажучи, рівністю кількості валентних електронів на кожний атом у будь-якій сполуці цих типів. Кристалохімічна аналогія $A^2B^4C^5_2$ та A^3B^5 проявляється в спільному для подвійних і

потрійних сполук тетраедричному розташуванні атомів у структурі та подібному типі хімічного зв'язку між ними.

Електричні властивості $ZnSnAs_2$ вивчені досить добре [1]. Разом з тим ефективна маса густини станів дірок, визначена різними авторами за результатами вимірювання ефектів переносу суттєво відрізняється і складає $0,27m_0$ і $0,64m_0$ [2], $0,6m_0$ [3,4], $0,43m_0$ [5] і $0,525 m_0$ [6].

Серед потрійних арсенідів $ZnGeAs_2$ є, мабуть, найменше вивченою сполукою. Величини ефективної маси густини станів для дірок, які наведені в літературі ($0,74 m_0$ [2]; $0,4m_0$ [7]), відрізняються між собою. Відмінності у величинах ефективних мас густини станів дірок в $ZnSnAs_2$ та $ZnGeAs_2$ пов'язані, на наш погляд, з не дуже точним вимірюванням термоЕРС кристалів та невизначеністю механізму розсіювання носіїв заряду.

У цій роботі наведені результати досліджень при $T = 296K$ електричних властивостей (питомої електропровідності σ , коефіцієнта Холла R_x і термоЕРС α) потрійних напівпровідникових сполук $ZnSnAs_2$ та $ZnGeAs_2$, отриманих методом зонного вирівнювання. Зразки для дослідження вирізали із середньої частини зливка. ТермоЕРС вимірювалася за методикою [8]. Сумарна похибка вимірювання α не перевищувала 5%. Електрофізичні параметри $ZnSnAs_2$ та $ZnGeAs_2$ наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Деякі електрофізичні параметри $ZnSnAs_2$ та $ZnGeAs_2$ при $T = 296K$

Сполука	σ , $Om^{-1}cm^{-1}$	R_x , $cm^3/k\Omega$	p , cm^{-3}	u_H , $cm^2/V \cdot s$	α , mK/K
$ZnSnAs_2$	92	0,47	$1,4 \cdot 10^{19}$	43	210
$ZnGeAs_2$	38	0,34	$1,9 \cdot 10^{19}$	13	260

- похибка визначення σ – 10%;
- похибка визначення p – 6%;
- похибка визначення α – 5%.

Зважаючи на те, що енергетичний спектр дірок біля краю валентної зони в сполуках $A^2B^4C^5_2$ близький до спектра дірок у сполуках A^3B^5 [9], ми використали для термоЕРС формулу

$$\alpha = -\frac{k}{e} \left[\frac{(r+2)F_{r+1}(\mu^*)}{(r+1)F_r(\mu^*)} - \mu^* \right], \quad (1)$$

яку можна використовувати у випадку квадратичної залежності енергії носіїв заряду від квазіімпульсу і степеневі залежності часу релаксації від енергії. В (1) k – стала Больцмана, e – заряд електрона, r – параметр розсіювання, $F_{r+1}(\mu^*)$, $F_r(\mu^*)$ – інтеграли Фермі, μ^* – приведений рівень Фермі.

Для розсіювання на іонах домішки $r = 2$, на акустичних коливаннях ґратки $r = 0$, на оптичних коливаннях $r = 1/2$ при $T < T_\theta$ і $r = 1$ при $T > T_\theta$ (T_θ – температура Дебая).

Вимірювання диференціальної термоЕРС дає можливість визначити за допомогою номограм, побудованих на основі формули (1) для різних r та μ^* , приведений рівень Фермі, оцінити ступінь виродження діркового газу і для заданого параметра розсіювання за формулою для концентрації

$$p = 4\pi \left(\frac{2m^*kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} F_{\frac{1}{2}}(\mu^*) \quad (2)$$

обчислити ефективну масу густини станів дірок в параболичній зоні. У формулі (2) p – концентрація дірок, m^* – ефективна маса густини станів, T – абсолютна температура, h – стала Планка.

Одержані для різних механізмів розсіювання величини приведенного рівня Фермі і відповідні їм ефективні маси густини станів в $ZnSnAs_2$ та $ZnGeAs_2$ наведені в таблиці 2.

У зразках $ZnSnAs_2$ та $ZnGeAs_2$ з концентрацією дірок більше $10^{19}cm^{-3}$ стала Холла практично не залежить від температури в широкому температурному інтервалі, що свідчить про ви-

родження газу носіїв заряду [3,7]. Тому наведені в таблиці 2 ефективні маси густини станів, обчислені для від'ємних значень приведенного рівня Фермі, брати до уваги не будемо.

Таблиця 2

Приведений рівень Фермі μ^* та ефективна маса густини станів дірок m^*/m_0 в ZnSnAs_2 і ZnGeAs_2 при $T = 296\text{K}$ для різних значень параметра розсіювання r

r	ZnSnAs_2		ZnGeAs_2	
	μ^*	m^*/m_0	μ^*	m^*/m_0
0	-0,1	0,84	-0,8	1,50
1/2	0,60	0,60	-0,2	1,10
1	1,2	0,46	0,3	0,85
2	3,0	0,25	1,7	0,46

– похибка визначення μ^* – 10%;

– похибка визначення m^*/m_0 – 16%.

Зважаючи на те, що сполуки $\text{A}^2\text{B}^4\text{C}^5_2$ є найбільш близькими електронними, хімічними і кристалохімічними аналогами напівпровідників A^3B^5 , в яких у випадку провідності p -типу при кімнатних і високих температурах переважає розсіювання на іонах домішки та акустичних коливаннях ґратки, розглядати як можливий механізм розсіювання на оптичних коливаннях також не будемо.

Наведені вище міркування дозволяють припустити, що в ZnSnAs_2 та ZnGeAs_2 при $T = 296\text{K}$ переважаючим механізмом є розсіювання на іонах неконтрольованих домішок та дефектах розупорядкування в катіонній підґратці ($r = 2$). Згідно термодинамічним оцінкам в рамках формалізму квазіхімічних реакцій, такі кристали можуть містити дефекти розупорядкування в катіонній підґратці в концентраціях, які перевищують 10^{19}см^{-3} [10].

Тому ефективна маса густини станів дірок в ZnSnAs_2 при $T = 296\text{K}$ $m^* = (0,25 \pm 0,04)m_0$, що добре співпадає із значенням $m^* = 0,27 m_0$, отриманим в роботі [2].

У ZnGeAs_2 $m^* = (0,46 \pm 0,07)m_0$. У межах похибки це значення ефективної маси співпадає з результатом, отриманим в роботі [7] ($0,4 m_0$), і не співпадає з величиною m^* , яку отримав автор роботи [2] ($0,74m_0$).

Література

1. Полупроводники $\text{A}^2\text{B}^4\text{C}^5_2$ / [Борщевский А.С., Вайполин А.А., Валов Ю.А. и др.]; под ред. Н.А. Горюновой, Ю.А. Валова. – М.: Сов. Радио, 1974. – 374с.
2. Leroux-Hugon P. Properties de quelques composés ternaires semiconducteurs / P. Leroux-Hugon // Compt. Rend. – 1963. – v. 256. – № 1. – p. 118 – 120.
3. Вайполин А.А. Получение и свойства ZnSnAs_2 / А.А. Вайполин, Ф.П. Кесаманлы, Ю.В. Рудь // Неорганические материалы. – 1967. – Т.3. – № 6. – С.974 – 980.
4. Kesamanly F.P. Electrical properties of p-type ZnSnAs_2 crystals at low temperatures / F.P. Kesamanly, D.N. Nasledov, Yu. V. Rud // Phys. Stat. Sol. – 1965. – v. 8 – № 3. – p. K 159 – K 162.
5. Masumoto K. The preparation and semiconducting properties of single crystals of ZnSnAs_2 / K. Masumoto, S. Isomura // J. Phys. Chem. solids. – 1965. – v. 26. – № 1. – p. 163 – 172.
6. Gasson D.B. The properties of ZnSnAs_2 and CdSnAs_2 / D.B. Gasson, P.J. Holmes, J.C. Yenning et. al. // J. Phys. Chem. Solids. – 1962. – v. 23. – Sept. – p. 1291 – 1302.
7. Кесаманлы Ф.П. Эффекты переноса в кристаллах p -типа ZnGeAs_2 / Ф.П. Кесаманлы, Д.Н. Наследов, Ю.В. Рудь // Физика. Доклады на XXIII научной конференции Ленинградского инженерно-строительного института. – 1965. – С. 51 – 52.
8. Установка для дослідження температурної залежності диференціальної термоЕРС у напівпровідниках / В.О. Аніщенко, Р.Б. Гершман, Р.А. Калініченко [та ін.] // Фізико-математичний вісник. Збірник наукових праць. – Ніжин: Вид. НДПУ ім. М. Гоголя, 2000. – С. 40 – 42.

9. Гашимзаде Ф.М. Энергетический спектр дырок в полупроводниках со структурой халькопирита / Ф.М. Гашимзаде // Известия АН АЗ ССР. Сер. физ.-мат. и техн. наук. – 1963. № 3. – С. 67 – 69.
10. Брудный В.М. Электрические свойства диарсенида цинка – олова (ZnSnAs₂), облученного ионами Н⁺ / В.М. Брудный, Т.В. Ведерникова // Физика и техника полупроводников. – 2009, Т. 43. – Вып. 4. – С. 433 – 435.

УДК 552 (076.5)

ВИЗНАЧЕННЯ ЕКВАТОРІАЛЬНИХ КООРДИНАТ СОНЦЯ ЗА СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ НА АСТРОНОМІЧНОМУ МАЙДАНЧИКУ

В.О. Аніщенко, Г.П. Грищенко

У лабораторному практикумі з астрономії спостереження на астрономічному майданчику традиційно використовують для визначення напрямку полуденної лінії, географічних координат місця спостереження та кута нахилу екліптики до екватора [1]. Однак спостереження на астрономічному майданчику дозволяють визначати і екваторіальні координати Сонця і α_{\odot} в момент його верхньої кульмінації. Аналіз змісту лабораторних практикумів з астрономії для неастрономічних спеціальностей університетів свідчить, що лабораторна робота з визначення δ_{\odot} і α_{\odot} в жодному з них не описана [2 – 7].

Проаналізуємо теоретичний аспект лабораторної роботи. Спостерігач, який знаходиться в центрі небесної сфери, бачить в момент верхньої кульмінації Сонця екліптику, небесний екватор та математичний горизонт розташованими так, як на рисунку 1. Вимірявши в цей момент висоту Сонця h_{\odot} , знаходять його схилення за формулою

$$\delta_{\odot} = \varphi + h_{\odot} - 90^{\circ}. \quad (1)$$

Географічні широти і довготи університетських міст України можна знайти в Астрономічному календарі ГАО НАНУ.

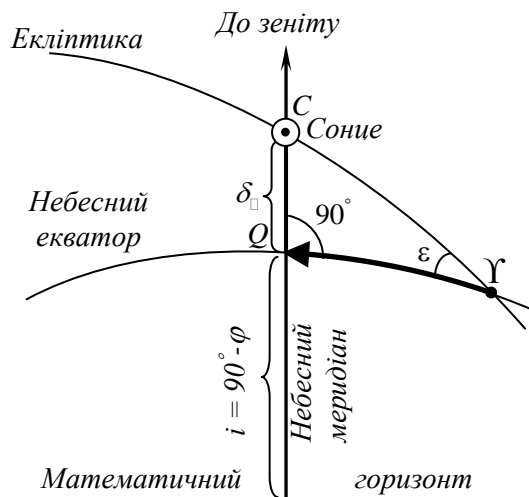


Рис. 1. Визначення екваторіальних координат Сонця (γ – точка весняного рівнодення, С – Сонце, ∠ QC – δ_{\odot} , ∠ YQ – α_{\odot})

З прямокутного трикутника CQγ (рис. 1), за формулами сферичної тригонометрії [2,4], маємо

$$\sin \alpha_{\odot} = \frac{\text{tg} \delta_{\odot}}{\text{tg} \varepsilon}, \quad (2)$$

де $\varepsilon = 23^{\circ} 26'$.

Отже, коли відомо схилення Сонця δ_{\odot} в деякий момент і кут ε , то за формулою (2) можна знайти пряме сходження Сонця для цього ж моменту. Таким чином, пряме сходження Сонця обчислюють, а не безпосередньо відміряють від уявної точки весняного рівнодення, яка потрібна лише у якості початку відліку. Навпаки, її положення на небі визначається прямим сходженням Сонця.

У найпростішому випадку виміряти висоту Сонця h_{\odot} у верхній кульмінації можна за допомогою гномона – загостреного до гори вертикального стержня, встановленого на горизонтальній площадці [1].

Значно точніше виміряти полуденну висоту Сонця можна за допомогою теодоліта [1]. Для цього треба спочатку обрахувати момент справжнього полудня за поясним або літнім часом за формулами

$$T_{П,спр.пол.} = 12^h + \eta + n^h - \lambda, \quad (3)$$

$$T_{Л,спр.пол.} = 12^h + \eta + n^h - \lambda + 1^h, \quad (4)$$

де η – рівняння часу, яке виписують на день спостережень з таблиці «Ефемериди Сонця та Місяця» Астрономічного календаря ГАО НАНУ, n^h – номер годинного пояса, λ – географічна довгота, яка також є в Астрономічному календарі.

За 15...20 хвилин до справжнього полудня теодоліт нівелюють і наводять трубу на Сонце

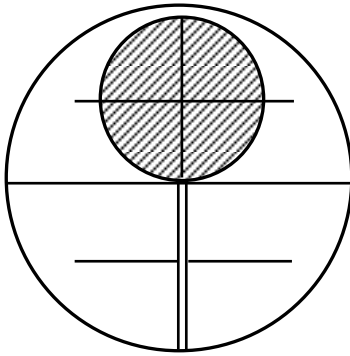


Рис. 2. Розташування сонячного диска відносно окулярних ниток теодоліта при вимірюванні полуденної висоти Сонця

так, щоб розташування диска Сонця відносно перехрестя окуляра було таким, як на рисунку 2 (використання темного світлофільтра обов'язкове!). Спостереження проводять два спостерігачі. Один з них увесь час утримує мікрометричними гвинтами диск Сонця у незмінному положенні відносно перехрестя окуляра, другий за допомогою вивіреного годинника сповіщає про момент справжнього полудня, після чого перший спостерігач припиняє гідювання.

У момент справжнього полудня вимірюють висоту нижнього краю Сонячного диска (фактично верхнього, бо труба теодоліта дає обернене зображення) і зменшують її на величину кутового радіуса Сонця ($16'$).

Знайшовши за формулами (1), (2) схилення та пряме сходження Сонця, доцільно порівняти їх з величинами, наведеними в Астрономічному календарі, які треба екстраполювати на момент спостереження.

Література

1. Аніщенко В.О. Гурткова робота з астрономії / Аніщенко В.О., Грищенко Г.П., Супруненко М.І. – Ніжин: НДПІ імені Миколи Гоголя, 1999. – 134 с.
2. Аніщенко В.О. Астрономічний практикум / В.О. Аніщенко, Г.П. Грищенко. – Ніжин: НДУ імені Миколи Гоголя, 2008. – 115 с.
3. Дагаев М.М. Лабораторный практикум по курсу общей астрономии / Михаил Михайлович Дагаев. – М.: Высшая школа, 1972. – 282 с.
4. Чекрасов В.Г. Практикум з курсу загальної астрономії / Василь Георгійович Чекрасов. – К.: Вища школа, 1976. – 254 с.
5. Климишин І.А. Астрономія: Практикум / Іван Антонович Климишин. – Львів: Світ, 1996. – 247 с.
6. В.Н. Курьшев. Практикум по астрономии / Василий Иванович Курьшев. – М.: Просвещение, 1986. – 144 с.
7. Практикум з астрономії / [Волчанський О.В., Починок Б.Д., Рябець С.І. та ін.]. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В. Винниченка, 2000. – 155 с.

УДК 621.315 535.3:539.2

ЗБУДЖЕННЯ ПОВЕРХНЕВИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ В ОПТИЧНО-АНІЗОТРОПНОМУ СУЛЬФІДІ КАДМІЮ

Є.Ф. Венгер, Л.Ю. Мельничук, О.В. Мельничук, П.Ю. Булавенко

У широкозонних оптично-анізотропних напівпровідниках поверхневі електромагнітні хвилі (поверхневі поляритони) бувають двох типів. До першого з них слід віднести так звані сингулярні поверхневі збудження, властивості яких детально описані в роботах [1 – 3]. У випадку наявності двох середовищ відповідно із діелектричними проникностями ϵ_0 та $\epsilon(\nu)$ на межі поділу (вздовж осі x) можуть розповсюджуватися поверхневі електромагнітні хвилі другого типу. Авторами [4] показано, що цей тип можливий лише тоді, коли хоча б одне із середовищ є поверхнево-активним, тобто діелектрична проникність якого у певному частотному діапазоні є від'ємною. При $\epsilon_x < 0$, $\epsilon_z < 0$ (де ϵ_x , ϵ_z – компоненти тензора діелектричної проникності поверхнево-активного середовища) збуджуються поверхневі поляритони 1-го типу (ПП-1), які існують за будь-яких значень хвильового вектора K ($K^2 > \epsilon_1$) поверхневих поляритонів. За великих K це поверхневі фонони (не пов'язані з фотонами), які можуть бути отримані при теоретичних дослідженнях без врахування запізнення. Коли виконуються умови $\epsilon_x < 0$, $\epsilon_z > K^2$, мають місце поверхневі поляритони 2-го типу (ПП-2), причому вони існують в обмеженому діапазоні хвильових векторів і характерні тільки для анізотропних кристалів.

У даній роботі на основі експериментальних даних [5] досліджено умови збудження та розповсюдження поверхневих електромагнітних хвиль в оптично-анізотропних монокристалах сульфід кадмію методами спектроскопії порушеного повного внутрішнього відбивання (ППВВ) в ІЧ-області спектра при трьох взаємно перпендикулярних орієнтаціях оптичної осі та хвильового вектора.

В якості об'єкта дослідження вибрано монокристали сульфід кадмію (CdS), який може бути як гексагональної, так і кубічної структури. CdS відноситься до класу широкозонних напівпровідникових сполук групи A^2B^6 із шириною забороненої зони 2,4 еВ при $T = 300$ К [6]. Сульфід кадмію являється напівпровідником n -типу [7 – 9]. Сульфід кадмію володіє унікальними фізико-хімічними властивостями [6 – 10], які дозволяють застосовувати його в електронній, оптоелектронній та лазерній техніці, фотоприймачах та сонячних батареях [7, 11], він є ще й достатньо добрим модельним кристалом при дослідженні поверхневих збуджень фононного та плазмон-фононного типу.

Експериментальні спектри зовнішнього ІЧ-відбивання для монокристалів сульфід кадмію в області залишкових променів при двох взаємно ортогональних орієнтаціях оптичної осі C та вектора електричного поля E в хвилі, що падає, було описано в роботі [5]. Авторами [12] розроблено математичну модель та проведено моделювання спектрів ІЧ-відбивання від поверхні монокристалів CdS при орієнтаціях $E \perp C$ і $E \parallel C$.

За допомогою дисперсійного аналізу спектрів ІЧ-відбивання отримано взаємоузгоджені об'ємні параметри нелегованого сульфід кадмію (табл. 1) та параметри плазмон-фононної підсистеми.

Таблиця 1

Взаємоузгоджені об'ємні параметри монокристала CdS

Напрямок	ϵ_0	ϵ_∞	$\nu_T, \text{см}^{-1}$	$\nu_L, \text{см}^{-1}$
$E \perp C$	8,28	5,24	243	307
$E \parallel C$	8,64	5,24	234	305

У роботі [12] на основі отриманих взаємоузгоджених параметрів монокристала CdS досліджено залежність спектрів ІЧ-відбивання при скануванні за кутом Θ та плазмовою частотою ν_p . Вперше визначено частоти відсічок поздовжньо-поперечної хвилі, нулі коефіцієнтів відбивання при скануванні за концентрацією та затухання фононної і плазмової підсистем. Показано, що відбивання електромагнітних хвиль ІЧ-діапазону від одновісних оптично-анізотропних по-

лярних монокристалів CdS характеризується незначною фононною анізотропією та сильною анізотропією плазмової підсистеми, що значно відрізняється від коефіцієнта відбивання ізотропних кристалів CdS. Виявлено, що збільшення концентрації вільних носіїв зарядів у CdS водить до зміщення високочастотної межі області прозорості.

Область «залишкових променів» для CdS згідно [13, 14] знаходиться в діапазоні між частотами ν_T і ν_L . Для оптично-анізотропних монокристалів CdS це є проміжок між частотами $230 - 310 \text{ см}^{-1}$ (див. табл. 1). Як відомо, у вказаному проміжку розташована область існування поверхневих фононних поляритонів [1, 2, 4].

Авторами [1, 4] показано, що спектр поверхневих поляритонів можна одержати двома методами при використанні напівциліндра порушеного повного внутрішнього відбивання. По-перше, при фіксованому куті падіння променя α в елементі ППВВ і скануванні частоти або при зміні кута α при сталій довжині хвилі. При цьому дисперсійні залежності, отримані вказаними методами, істотно відрізняються. При скануванні за частотою дисперсійна залежність $\nu_{\text{пп}}(K)$ прямує до граничного значення частоти ПП, а при скануванні за кутом α із збільшенням хвильового вектора частота не наближається до граничної частоти $\nu_{\text{пп}}$, а спостерігається загин дисперсійної кривої назад і затягування її в область вище $\nu_{\text{пп}}$ (так звана «крива повертання»), де значення діелектричної проникності $\epsilon(\nu) > -1$.

Згідно [1, 2, 4] при скануванні за частотою ν ($\alpha = \text{const}$) у спектрі ППВВ на довжині хвилі, що задовольняє рівняння дисперсії, з'являється мінімум відбивання. Частота мінімуму пов'язана із частотою ПП, а ширина спектра ППВВ – із коефіцієнтом затухання ПП.

Розрахунок спектрів ППВВ сульфїду кадмію проведено за формулами робіт [1, 4] з урахуванням коефіцієнтів анізотропії фононної та плазмової підсистем:

$$R = \left| \frac{1+ip}{1-ip} \right|^2 = 1 - \frac{4p''}{(1+p'')^2 + (p')^2},$$

де

$$p' = \frac{\beta_2}{\beta_3} \left[1 - (1 - i\theta\alpha_2 l) \frac{(\beta_2 + \beta' i\theta\alpha_2 l)(\beta_2 - \beta') - \beta''^2 i\theta\alpha_2 l}{(\beta_2 + \beta' i\theta\alpha_2 l)^2 + (\beta'' i\theta\alpha_2 l)''} \right],$$

$$p'' = \frac{\beta_2}{\beta_3} \frac{\beta''(1 - i\theta^2\alpha_2 l)}{(\beta_2 + \beta' i\theta\alpha_2 l)^2 + (\beta'' i\theta\alpha_2 l)''},$$

$$\beta_1 = \frac{\epsilon_1}{\alpha_1} = \beta' + i\beta'', \quad \beta_2 = \frac{\epsilon_2}{\alpha_2}, \quad \beta_3 = \frac{\epsilon_3}{i\alpha_3},$$

$$\alpha_1 = \left(k_x^2 - q^2 \epsilon_i \right)^{1/2}, \quad k_x = q \sqrt{\epsilon_3} \sin \varphi,$$

$q = \frac{\omega}{c}$, l – товщина зазору.

При розрахунках спектрів порушеного повного внутрішнього відбивання в якості елемента ППВВ використано напівциліндр KRS-5 із $\epsilon_n = 5,6$. Спектри отримані при повітряному зазорі товщиною $l = 1,5 \text{ мкм}$ між елементом ППВВ і поверхнею CdS. Кути падіння ІЧ-випромінювання в елементі ППВВ змінювалися від 26 до 60° при кроці 1° .

На рис. 1, а – в представлено спектри ППВВ від поверхні монокристала сульфїду кадмію, розраховані для трьох взаємно перпендикулярних орієнтацій (рис. 2).

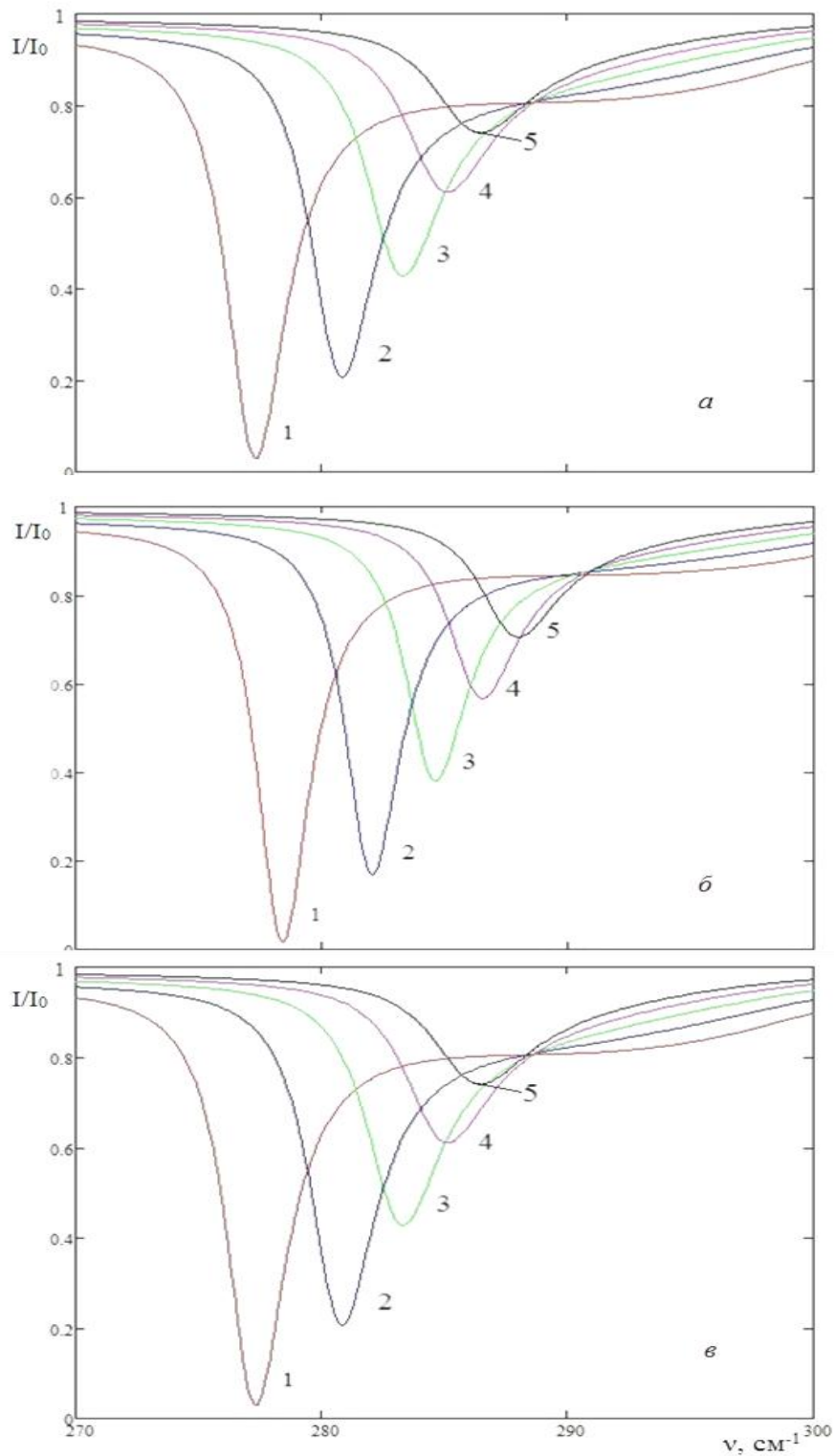


Рис. 1. Спектри ППВВ монокристала CdS при трьох орієнтаціях: а) $C \parallel x$, $K \perp C$, $xy \parallel C$ ($\varphi = 90^\circ, \theta = 90^\circ$); б) $C \parallel y$, $K \parallel C$, $xy \parallel C$ ($\varphi = 0$); в) $C \parallel z$, $K \perp C$, $xy \perp C$ ($\theta = 0$).

У монографіях [1, 4] показано, що для височастотної області спектра ($\nu > 240 \text{ cm}^{-1}$) впливом радіаційного розширення в спектрах ППВВ можна знехтувати при $I/I_0 > 70\%$ в області мінімуму спектрів. Для низькочастотної області спектра ($\nu < 240 \text{ cm}^{-1}$) розрахунки показали, що відсутність радіаційного розширення у спектрах спостерігається при $I/I_0 > 95\%$.

На рис. 1 представлено спектри ППВВ гексагонального монокристалу CdS. Розрахунок проведено при скануванні за частотою в діапазоні від 270 до 300 см^{-1} при постійних значеннях кута падіння в призмі ППВВ.

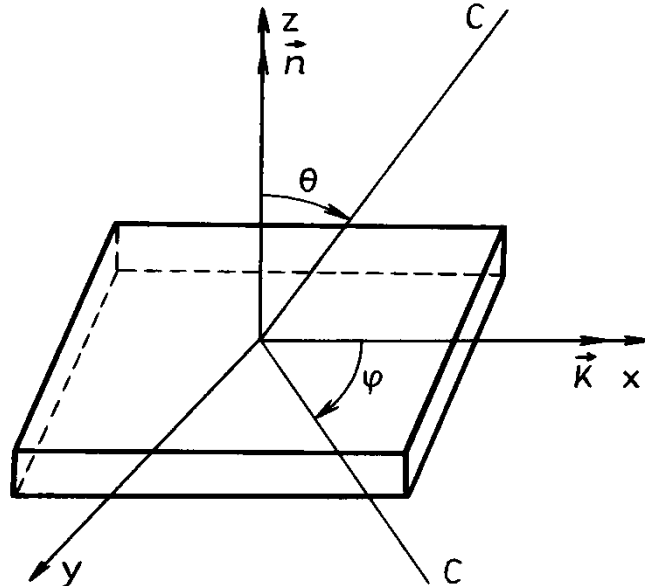


Рис. 2. Орієнтація поверхні полярного одновісного оптично-анізотропного кристала CdS відносно осі C і хвильового вектора K

Спектри ППВВ (рис. 1, криві 1 – 5) розраховані з врахуванням анізотропії коефіцієнта згасання фонної підсистеми $\gamma_{f\perp} = 9 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_{f\parallel} = 11 \text{ см}^{-1}$ і кутах падіння ІЧ-випромінювання у призмі ППВВ відповідно 29° (1), 30° (2), 31° (3), 32° (4), 33° (5).

Як відомо, до основних властивостей поверхневих поляритонів належать дисперсійні залежності та коефіцієнти згасання ПП [1, 2, 4].

У роботах [1, 4] встановлено, що в одновісному полярному кристалі можливе збудження ПП, число дисперсійних гілок яких залежить від орієнтації оптичної осі кристала C відносно його поверхні xy.

У табл. 2 подано частоти мінімумів у спектрах ППВВ, які відповідають частотам поверхневого поляритона ν_{min} та значення хвильового вектора $Kc/\omega_{T\parallel}$ за трьох взаємно перпендикулярних орієнтацій. Згідно [4] частота мінімуму у спектрах ППВВ та значення хвильового вектора характеризуються дисперсійною точкою. Набір таких точок утворює дисперсійну криву.

Розрахунок дисперсійних кривих ПП проведено за формулами роботи [4] при використанні даних табл. 1 для оптично-анізотропних монокристалів CdS. При розрахунку дисперсійних залежностей розглядалися тільки такі розв'язки рівнянь, для яких $K > \omega/c$, тобто нерадіаційні поверхневі фонні моди. Високочастотна дисперсійна гілка починається у точці $\nu = \nu_T$, що відповідає частоті поперечного оптичного фонуна (див. табл. 1) і при збільшенні хвильового вектора асимптотично наближається до значення граничної частоти ПП.

Дисперсійні залежності ПП $\nu_{\text{min}}(K)$ CdS для трьох орієнтацій ($C \parallel x$, $K \perp C$, $xy \parallel C$, $C \parallel y$, $K \parallel C$, $xy \parallel C$, $C \parallel z$, $K \perp C$, $xy \perp C$) мають відповідно граничні частоти поверхневих фонних поляритонів: 289 (крива 1), 293 (крива 2), 289 (крива 3) см^{-1} при коефіцієнтах згасання фонної підсистеми відповідно 9 см^{-1} при $E \perp C$ і 11 см^{-1} при $E \parallel C$ (рис. 3). Як видно з рисунка, дисперсійні криві $\nu_{\text{min}}(K)$ мають суттєву залежність частоти ПП ν_{min} у діапазоні хвильових векторів $Kc/\omega_{T\parallel}$.

Таким чином, у даній роботі при використанні загальної теорії поверхневих електромагнітних хвиль (поверхневих поляритонних станів) в оптично-анізотропних кристалах та взаємно уз-

годжених об'ємних параметрів уперше одержано спектри порушеного повного внутрішнього відбивання при трьох взаємно перпендикулярних орієнтаціях та побудовано дисперсійні залежності поверхневих фононних збуджень у гексагональних монокристалах CdS при трьох орієнтаціях оптичної осі C відносно напрямку розповсюдження ПП.

Таблиця 2

Частоти ПП та значення хвильового вектора для монокристалів CdS при трьох взаємно ортогональних орієнтаціях

$\alpha, ^\circ$	$C // x, K \perp C, xy // C$ ($\varphi = 90^\circ, \Theta = 90^\circ$)		$C // y, K // C, xy // C$ ($\varphi = 0$)		$C // z, K \perp C, xy \perp C$ ($\Theta = 0$)	
	$\nu_{\text{пп}}, \text{см}^{-1}$	$Kc/\omega_{\Gamma//}$	$\nu_{\text{пп}}, \text{см}^{-1}$	$Kc/\omega_{\Gamma//}$	$\nu_{\text{пп}}, \text{см}^{-1}$	$Kc/\omega_{\Gamma//}$
26	252,3	1,112	252,6	1,113	252,4	1,128
27	264	1,196	264,7	1,198	264,1	1,230
28	272,1	1,288	273,1	1,290	272,2	1,343
29	277,3	1,383	278,4	1,379	277,4	1,465
30	280,9	1,491	282,1	1,472	280,9	1,608
31	283,3	1,610	284,7	1,572	283,4	1,769
32	285,2	1,770	286,6	1,679	285,3	1,989
33	286,5	1,963	288	1,796	286,6	2,252
34	287,4	2,193	289,1	1,924	287,5	2,565
35	288,2	2,570	290	2,076	288,3	3,070
36	288,8	3,168	290,7	2,244	288,9	3,861
37	289,2	4,118	291,2	2,411	289,3	5,099
38	289,7	–	291,7	2,645	289,8	–
39	289,9	–	292	2,840	290	–
40	290,2	–	292,2	3,004	290,4	–
45	290,9	–	293,2	5,337	291	–
50	291,1	–	293,7	–	291,1	–
55	291,2	–	294	–	291,3	–
60	291,3	–	294,1	–	291,4	–

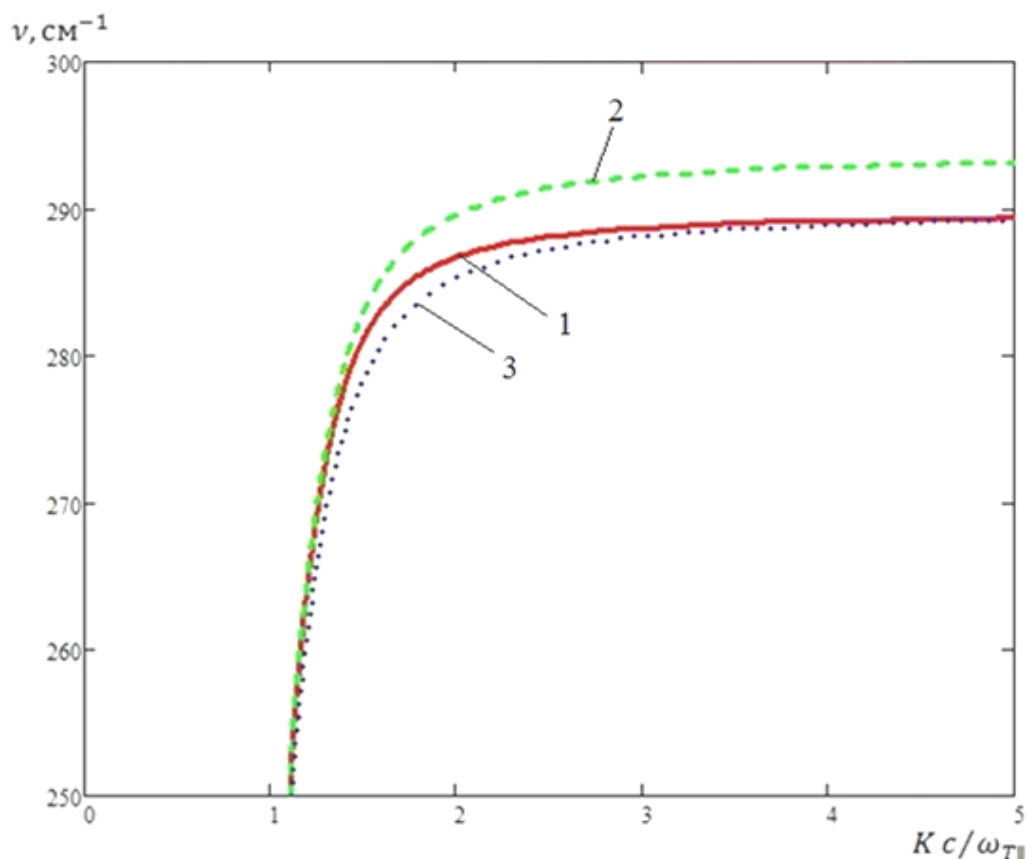


Рис. 3. Дисперсійні залежності ПП $\nu_{\text{мн}}(K)$ (криві 1 – 3) гексагональних монокристалів CdS при трьох орієнтаціях: а) $C \parallel x$, $K \perp C$, $xy \parallel C$ ($\varphi = 90^\circ$, $\theta = 90^\circ$); б) $C \parallel y$, $K \parallel C$, $xy \parallel C$ ($\varphi = 0$); в) $C \parallel z$, $K \perp C$, $xy \perp C$ ($\theta = 0$).

Література

1. Дмитрук Н.Л., Литовченко В.Г., Стрижевский В.Л. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках. – К.: Наук. думка, 1989. – 375 с.
2. Поверхностные поляритоны / Под ред. В.М. Аграновича и Д.Л. Миллса. – М.: Наука, 1985. – 525 с.
3. Венгер Є.Ф., Дмитрук М.Л., Мельничук Л.Ю., Мельничук О.В. Сингулярні поверхневі поляритони в оптично-анізотропних кристалах Al_2O_3 // Український фізичний журнал. – 2001. – Т. 46, № 11. – С. 1191 – 1195.
4. Венгер Є.Ф., Мельничук О.В., Пасічник Ю.А. Спектроскопія залишкових променів. – К.: Наук. думка, 2001. – 192 с.
5. Ворох А.С. Неупорядоченная атомная структура наночастиц сульфида кадмия: Дис... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07 / Ворох Андрей Станиславович. – Екатеринбург, 2009. – 170 с.
6. Manabe A., Mitsuishi A., H. Yoshinada. Infrared Lattice Reflection Spectra of II-VI Compounds // Jap. J. Appl. Phys. – 1967. – Vol. 6. – P. 593 – 600.
7. Кадмия сульфид [Електронний ресурс]. – Режим доступу : URL : <http://www.xumuk.ru/encyklopedia/1781.html>. (19.08.13)
8. Вавилов В.С. Особенности применения широкозонных полупроводников и их практических применений / В.С. Вавилов // Успехи физических наук. – 1994. – Т. 164, № 3. – С. 287 – 295.
9. Физика соединений A^2B^6 / Под ред. А.Н. Георгобиани, М.К. Шейнкмана. – М.: Наука, 1986. – 320 с.
10. Баранский П.И. Полупроводниковая электроника (свойства материалов): Справочник / П.И. Баранский, В.П. Клочков, И.В. Потыкевич. – К.: Наук. думка, 1975. – 704 с.

11. Физико-химические свойства полупроводниковых веществ: Справочник / Отв. ред. А.В. Новоселова, В.Б. Лазарев. – М.: Наука, 1979. – 329 с.
12. Венгер С.Ф., Мельничук Л.Ю., Мельничук О.В. Спектри ІЧ-відбиття від поверхні гексагонального CdS // Фізико-математичні записки: Збірник наук. праць. – Ніжин: Видавництво НДУ ім. М. Гоголя, 2008. – С. 60 – 66.
13. Уханов Ю.И. Оптические свойства полупроводников. – М.: Наука, 1985. – 357 с.
14. Пуле А., Матье Ж.-П. Колебательные спектры и симметрия кристаллов. – М.: Мир, 1973. – 438 с.

УДК 621.315

СПЕКТРИ ІЧ-ВІДБИВАННЯ МОНОКРИСТАЛА LiNbO_3 В ОБЛАСТІ «ЗАЛИШКОВИХ ПРОМЕНІВ»

С.Ф. Венгер, Л.Ю. Мельничук, О.В. Мельничук, О.В. Сенченко

Аналізуючи низку публікацій із провідних фахових журналів стає очевидним, що широко використовуваним матеріалом при розробці приладів інтегральної оптики й акустоелектроніки є монокристали ніобату літію (LiNbO_3). Причиною такого лідерства, перш за все, є фізико-хімічні властивості ніобату літію та можливість вирощування монокристалів достатньо великих розмірів ($10 \times 10 \times 50 \text{ мм}^3$) із відносно низькою собівартістю [1].

Ніобат літію – одновісний оптично-від’ємний полярний кристал. За кімнатної температури LiNbO_3 є сегнетоелектриком. Точка Кюрі $\sim 1483 \text{ К}$. Основу елементарної комірки ніобату літію при кімнатній температурі становлять деформовані кисневі октаедри NbO_6 , з’єднані загальними гранями і ребрами [2]. На рис. 1 подано модель елементарної комірки ніобату літію вздовж полярної осі z , просторова група $C_{3v}^6 (R3c)$, $Z = 2$. У центрі октаедрів знаходяться йони Nb; йони Li розташовуються ланцюжками уздовж осі z . Кисневі атоми лежать у шарах, перпендикулярних z і віддалених один від одного на $1/6$ періоду решітки вздовж осі z . Параметри ромбодричної елементарної комірки: $a = 5,47 \text{ \AA}$, $a = 53^\circ 43'$. Твердість за шкалою Мооса 5. Кристали оптично-прозорі у діапазоні довжин хвиль від 0,4 до 5 мкм; показник заломлення звичайного променя становить 2,29, незвичайного – 2,20 (для довжини хвилі 0,63 мкм) [2 – 6].

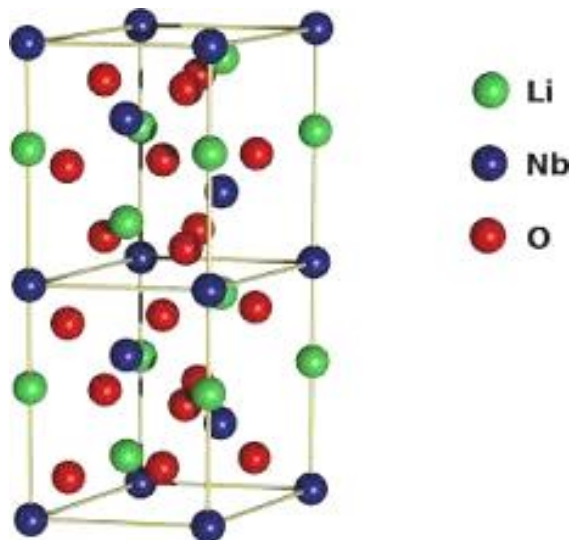


Рис. 1. Елементарна комірка ніобату літію [2]

Досліджувані в роботі монокристали LiNbO_3 вирощувалися методом Чохральського при швидкості витягування 8 мм/год та швидкості обертання від 15 до 35 об/хв і радіусі кристала 10 мм. Найкращі результати були отримані при швидкості обертання монокристалів 20 об/хв. Тигель не повертається під час росту. Температура плавлення LiNbO_3 – 1533 К. Градієнт зміни

температури від температури витягування 1300 К до кімнатної дорівнював 50 К/год. Відпал проводили в горизонтальній печі опору в атмосфері повітря.

З вирощених монокристалів LiNbO_3 вирізалися зразки за різними кристалічними напрямками. Розміри зразків монокристалів LiNbO_3 становили $10 \times 8 \times 8 \text{ мм}^3$. Перед термообробкою монокристали ніобату літію орієнтувались за допомогою рентгенівського методу. Орієнтований монокристал закріплювали на столик розпилювального верстата і різали алмазним диском на пластини заданої орієнтації та потрібної товщини. Обробка поверхні монокристалів LiNbO_3 виконувалась при використанні стандартних абразивних мікропорошків (BC-3) і алмазної пасти. Контроль за товщиною та орієнтацією монокристалів LiNbO_3 здійснювався за допомогою рентгеногоніометра. Обробка поверхні монокристалів LiNbO_3 у ряді випадків відповідала 14-му класу точності.

Спектри ІЧ-відбивання $R(\nu)$ вимірювалися на спектрофотометрі ИКС-31 з приставкою для відбивання ИПО-22 при використанні еталонного дзеркала в області частот $400 - 2000 \text{ см}^{-1}$. Спектри $R(\nu)$ записані з використанням поляризатора, ступінь поляризації якого $P = 0,98$, при орієнтації електричного вектора E перпендикулярно до оптичної осі C кристала LiNbO_3 ($E \perp C$). Значення коефіцієнта відбивання одержано з похибкою $1 - 2 \%$. Вимірювання $R(\nu)$ проводились при $T = 300 \text{ К}$.

Залежність величини діелектричної проникності від частоти $\epsilon(\nu)$ в області «залишкових променів» виражено у вигляді відомої формули Гельмгольца-Кеттлера при використанні математичної моделі, апробованої на монокристалах 6H-SiC , ZnO і більш детально описаної в роботі [4].

Розрахунки спектрів зовнішнього відбивання $R(\nu)$ LiNbO_3 в ІЧ-області проведено за формулами, що враховують адитивний внесок у коефіцієнти відбивання об'ємних фононів за орієнтації $E \perp C$ (знак \perp під час запису опущено):

$$R(\nu) = \frac{\sqrt{K_0} - \sqrt{2(\sqrt{K_0} + \epsilon_1)} + 1}{\sqrt{K_0} + \sqrt{2(\sqrt{K_0} + \epsilon_1)} + 1},$$

$$\text{де } \epsilon_1 = \frac{A + B(1 - y_1)}{(1 - y_1)^2 + Dy_1}, \quad \epsilon_2 = \frac{B\sqrt{1 - y_1}}{(1 - y_1)^2 + Dy_1},$$

$$K_0 = \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2, \quad A = \epsilon_0 - \epsilon_\infty, \quad y_1 = (\nu/\nu_T)^2, \quad D = (\gamma_T/\nu_T)^2;$$

ν_L, ν_T – частоти (в см^{-1}) поздовжніх та поперечних оптичних фононів; γ_ϕ – коефіцієнти затухання фононів; ν – частота ІЧ-випромінювання (в см^{-1}).

На рис. 2 подано експериментальні спектри зовнішнього ІЧ-відбивання (1 – ●) монокристалів LiNbO_3 , отриманих у роботі [3], і за допомогою ИКС-31 та приставки для відбивання ИПО-22 (2 – пунктирна лінія). Експериментальні спектри (1, 2), представлені на рисунку, зареєстровано за орієнтації $E \perp C$ у діапазоні від 400 до 1100 см^{-1} . Як відомо, область «залишкових променів» LiNbO_3 розміщена в діапазоні $155 - 880 \text{ см}^{-1}$ при $E \perp C$ і $255 - 886 \text{ см}^{-1}$ при $E \parallel C$ [2]. В області частоти активного оптичного фонона ν_T є ділянка з високим коефіцієнтом відбивання, що зумовлено дипольними коливаннями решітки.

Вставка (рис. 2, а) містить зображення $R(\nu)$ монокристалів LiNbO_3 , збільшене у 2 рази, за орієнтації $E \perp C$ в області «залишкових променів». При збільшеному вигляді спектра зовнішнього відбивання монокристалів ніобату літію чітко спостерігається неузгодження частоти мінімуму експериментальних спектрів, отриманих у роботі [3] (точки 1), з даними, отриманими авторами даної роботи (пунктир 2). Однак, мінімум на частоті 700 см^{-1} в межах похибки експерименту роботи [3] добре узгоджується із теоретичними даними (червона лінія). Відмінності між самими експериментальними даними, на думку авторів статті, пов'язані з умовами вирощування монокристалів ніобату літію. Відмінності у спектрах ІЧ-відбивання, що спостерігаються в області $800 - 850 \text{ см}^{-1}$ при $E \perp C$ пов'язано з необхідністю проведення додаткових досліджень щодо визначення сили осцилятора на частоті поперечного оптичного фонона 820 см^{-1} (рис. 2, б).

Результати дисперсійного аналізу коефіцієнтів відбивання монокристалів LiNbO_3 при $E \perp C$ подано на рис. 2. Форма спектрів 1, 2 якісно узгоджується з розрахунком 3. Максимальне відхилення розрахункових спектрів $R(\nu)$ від експериментальних відповідно становить $\delta = 3,4 \times 10^{-2}$ (точки 1) та $\delta = 4,2 \times 10^{-2}$ (пунктир 2). Ми пов'язуємо ці розбіжності з залежністю коефіцієнта затухання фононних мод від частоти, точністю проведення експерименту авторами [3]. З рис. 2 видно, що існує залежність коефіцієнтів затухання поперечних оптичних фононів γ_ϕ при орієнтаціях $E \perp C$ від частоти ν ІЧ-випромінювання. Аналогічні залежності для γ_ϕ було зареєстровано в монокристалах ZnO і 6H-SiC [4]. Розбіжності, що спостерігаються між експериментальними даними роботи [3] і отриманими в даній роботі, насамперед, пов'язані з фізико-хімічними властивостями досліджуваних монокристалів та методами обробки зразків ніобату літію. Крім того, у роботі [2] показано, що деякі властивості LiNbO_3 залежать від стехіометричних дефектів. За наявності дефектів фонон може бути відсутнім або бути досить малим і не проявлятися у спектрах ІЧ-відбивання.

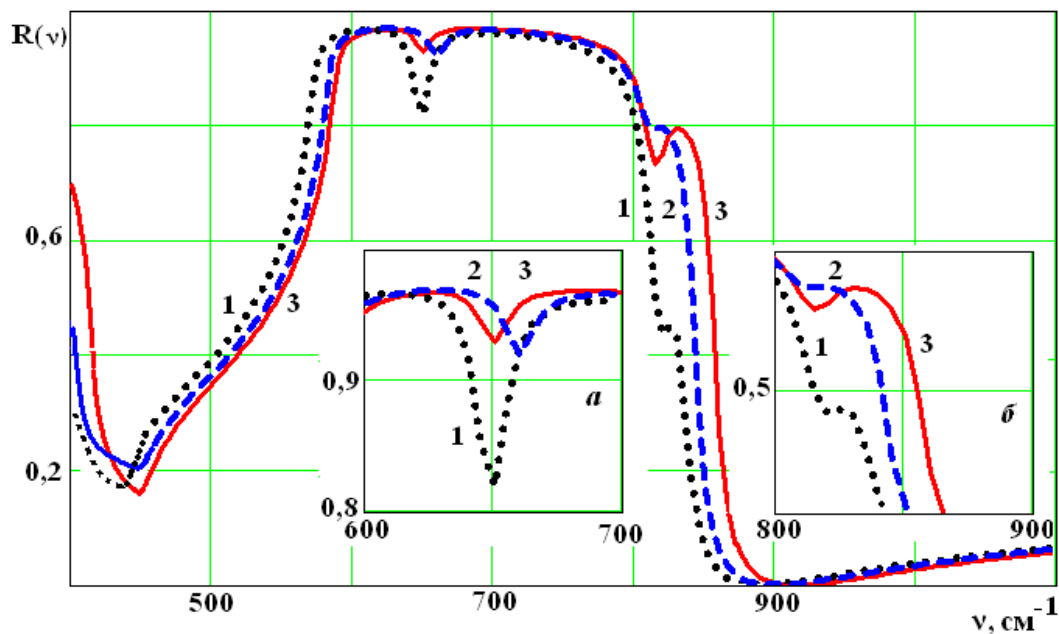


Рис. 2. Спектри ІЧ-відбивання $R(\nu)$ від поверхні LiNbO_3 при $E \perp C$. Експеримент: 1 – $R(\nu)$ LiNbO_3 при $E \perp C$ [3]; 2 – $R(\nu)$ LiNbO_3 при $E \perp C$. Розрахунок: 3 – $E \perp C$. Вставка а та б – збільшені в 2 рази $R(\nu)$ для LiNbO_3 .

При дослідженні LiNbO_3 методом ІЧ-відбивання слід враховувати, що правилами відбору дозволено проявлення поперечних і поздовжніх коливань типу A_1 і E . У роботах [2, 5] показано, що у монокристалах LiNbO_3 можливе збудження до 30 фононних коливань, з яких A_1 і E коливання відповідають акустичним модам, A_2 коливання неактивні в КРС та ІЧ-спектрах, чотири коливання типу A_1 активні в z поляризації ІЧ-спектрів і в усіх діагональних компонентах тензора КРС, дев'ять коливань типу E активні в x і y поляризаціях ІЧ-спектрів і в xx , yy , xz , yz компонентах тензора. Останні – двічі вироджені полярні моди, які розщеплюються в LO-ТО-дублети, відповідні поздовжнім (LO) і поперечним (TO) коливанням.

Враховуючи проведений вище аналіз фононних коливань, що проявляються в ІЧ-спектроскопії за допомогою математичного моделювання при використанні даних з КРС, представлених у [2, 5], отримано частоти і сили осциляторів поперечних ν_T і поздовжніх ν_L E -коливань для монокристалів ніобату літію при орієнтації $E \perp C$. У загальному випадку частоти LO- і TO-фононів можуть бути знайдені як із спектрів КРС, так із ІЧ-відбивання. Слід відмітити, що в ІЧ-поглинанні збуджуються дипольно-активні коливання тільки TO-типу. Вивчення діелектричної функції $\epsilon(\nu)$ за спектрами ІЧ-відбивання дозволяє визначити частоти як TO, так і LO коливань, які, як відомо, пов'язані між собою співвідношенням Ліддейна-Сакса-Теллера [4, 7, 8].

У роботі приділялась особлива увага дослідженням при $E \perp C$, оскільки лише за вказаної орієнтації у спектрах ІЧ-відбивання спостерігається прояв сильного ангармонізму та великого ТО-ЛО-розщеплення.

У даній статті нами вперше побудовано багатоосциляторну математичну модель на основі використання апробованої й опублікованої в монографії [4] методики дослідження оптично-анізотропних кристалів ZnO і 6H-SiC. У запропонованій математичній моделі враховано, що у монокристалах ніобату літію збуджуються чотири коливання типу A_1 активні в z -поляризації ІЧ-спектрів та низка коливань типу E активні в x і y поляризації. Методом дисперсійного аналізу спектрів зовнішнього відбивання було отримано взаємно узгоджені параметри для монокристалів LiNbO₃, що представлені в таблиці 1.

Таблиця 1

Взаємно узгоджені параметри одноосцилярної моделі монокристалів LiNbO₃

Частота поперечних і поздовжніх E -коливань		Сила осцилятора,
ν_T, cm^{-1}	ν_L, cm^{-1}	$\Delta\epsilon$
325	371	2,2
371	428	2,3
431	454	0,18
582	880	4,3
660	891	0,025
820	903	0,003

Таким чином, у даній роботі вперше на основі апробованої й опублікованої в монографії [4] методики дослідження оптично-анізотропних кристалів ZnO і 6H-SiC було розроблено багатоосциляторну математичну модель, що дозволила провести дисперсійний аналіз експериментальних і розрахункових спектрів зовнішнього відбивання ніобату літію, отриманого в [3] (рис. 2, точки 1) та авторами даної роботи за допомогою ИКС-31 (пунктир 2, рис. 2). Ці дослідження дозволили отримати взаємно узгоджені параметри для монокристалів LiNbO₃, що представлені в табл. 1. Крім того, авторами проведено порівняння не лише теорії з експериментом, але й експериментальних даних, отриманих різними авторами за кімнатної температури. Показано кількісне неузгодження експериментальних даних між собою при якісному відтворенні особливостей спектрів ІЧ-відбивання. Також слід відмітити, що значення сили осциляторів монокристалів LiNbO₃ потребують більш глибокого аналізу, а це виходить за межі даної роботи.

Література

1. Korkishko Yu.N., Fedorov V.A. Ion Exchange in Single Crystals for Integrated Optics and Optoelectronics // Cambridge International Sci. Publ. – 1999. – P. 97 – 269.
2. Сидоров Н.В., Волк Т.Р., Маврин Б.Н., Калинин В.Т. Ниобат лития: дефекты, фоторефракция, колебательный спектр, поляритоны / М.: Наука, 2003. – 255 с.
3. Golubovic A., Galic R., Hinic I. and Valčić A. Phonon anomalies in optical spectra of LiNbO₃ single crystals // J. Serb. Chem. Soc. – 2004, 69 (6). – P. 493 – 502.
4. Венгер Є.Ф., Мельничук О.В., Пасічник Ю.А. Спектроскопія залишкових променів. – К.: Наук. думка, 2001. – 192 с.
5. Умаров М., Грузиненко В., Втюрин А., Ходжибаев А. Исследование низкочастотной области спектров КРС кристаллов ниобата лития // Компоненты и технологии. – 2010, № 6. – С. 138 – 140.

6. Кузьминов Ю.С. Электрооптический и нелинейнооптический кристалл ниобата лития. – М.: Наука, 1987. – 264 с.
7. Пуле Л., Матье Ж.П. Колебательные спектры и симметрия кристаллов. – М.: Мир, 1973. – 437 с.
8. Жижин Г.Н., Маврин Б.Н., Шабанов В.Ф. Оптические колебательные спектры кристаллов. – М.: Наука, 1984. – 232 с.

УДК 621.315

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОНКИХ ПЛІВОК ZnO НА ПОВЕРХНІ SiO₂ МЕТОДОМ ІЧ-СПЕКТРОСКОПІЇ ВІДБИВАННЯ

Є.Ф. Венгер, Л.Ю. Мельничук, О.В. Мельничук, Т.В. Семікіна, Ю.І. Хроколова

Оксид цинку (ZnO) є широкозонним напівпровідником ($E_g = 3,37$ eV), що кристалізується в структурі вюртциту та належить до просторової групи $C_{6v}^4 (P6_3mc)$ [1, 2]. На сьогоднішній день монокристали ZnO завдяки своїм унікальним фізико-хімічним властивостям широко використовуються при виготовленні цілої низки напівпровідникових приладів, у тому числі термо-, п'єзо- і тензодатчиків, акустoeлектронних генераторів, здатних працювати за умов високої радіаційної, хімічної та термічної дії [3 – 5]. Не зважаючи на перераховані вище позитивні характеристики монокристалів оксиду цинку, слід відмітити, що для вказаного напівпровідника характерним є один суттєвий недолік – досить висока собівартість. Зовсім інша ситуація при використанні плівок ZnO, які поєднують у собі як властивості монокристалів оксиду цинку, так і нові властивості, що характерні лише плівкам: висока оптична прозорість і значення показника заломлення плівки оксиду цинку у видимій області спектра. Це дозволяє широко використовувати плівки оксиду цинку в якості «просвітлюючих» покриттів, а також застосовувати у фотоелектронних пристроях, таких як світлодіоди з ультрафіолетовим випромінюванням, голубі люмінесцентні випромінювачі та ультрафіолетові лазери, прозорі електроди для сонячних елементів тощо [6]. Крім того, у науковій літературі з'явилося багато публікацій, пов'язаних із практичним застосуванням плівок оксиду цинку не лише в оптоелектроніці, але й в інших областях: газо- і фотосенсорна техніка [7], фотовольтаїка [8], холодна автоелектронна емісія [9], мікроелектроніка [10], створення автономних п'єзоелектричних джерел струму [11] та ін. В якості підкладок для осадження плівок ZnO широко використовуються як напівпровідникові, так і діелектричні структури типу 6H-SiC, Al₂O₃, SiO₂ та ін. Вони мають ідеальну поверхню, стійкі при нагріванні і не вступають у взаємодію з оксидом цинку. Для дослідження фізико-хімічних властивостей сильно легованих плівок оксиду цинку найбільш зручним із діелектриків є оптичне скло, для якого відсутні будь-які осциляції в інфрачервоній області спектра.

У даній роботі проведено теоретичне та експериментальне дослідження тонких полікристалічних прозорих сильно легованих плівок оксиду цинку на підкладках із оптичного скла при різних оптичних та електрофізичних параметрах плівки та її товщини, отриманих за сталої температури осадження.

Плівки оксиду цинку були отримані методом атомно-шарового осадження на підкладки із оптичного скла. Більш детальний опис методу проведено в роботі [12]. Як показано в [13], вирощування відбувалося при використанні діетил цинку і парів деіонізованої води, як прекурсорів цинку і кисню. Тиск у камері вирощування становив декілька мбар. Плівки ZnO на підкладках із оптичного скла отримано при температурі 200 °С. Товщина плівок ZnO вимірювалася за допомогою рефлектометра Mikropack Nanocalc 2000. За допомогою атомно-силового мікроскопа (AFM; Veeco, Digital Instruments) в режимі виявлення було досліджено морфологію поверхні плівок, а методом рентгенівської дифракції – структурні характеристики плівок ZnO. Усі плівки ZnO є полікристалічними і мають тільки одну кристалографічну орієнтацію $E \perp C$ [13]. Крім того, поверхня плівки ZnO є однорідною при шорсткості у межах 1,51 нм.

Вимірювання спектрів ІЧ-відбивання проводились за кімнатної температури при використанні спектрофотометра ИКС-31 з приставкою для відбивання ИПО-22 при використанні еталонного дзеркала в області частот 400 – 1400 см⁻¹. Спектри $R(\nu)$ записані з поляризатором, ступінь

поляризації якого $P = 0,98$, при орієнтації електричного вектора E перпендикулярно до оптичної осі C кристала SiC 6H. Значення коефіцієнта відбивання одержано з похибкою 1 – 2 %.

Як відомо, одним із неруйнівних методів дослідження оптичних та електрофізичних властивостей тонких плівок, що дозволяє контролювати їх якість і структурну досконалість, є метод інфрачервоної (ІЧ) спектроскопії [2]. ІЧ-спектроскопія дає інформацію не лише про фізико-хімічні властивості плівки, але й про параметри підкладки та стан якості обробки її поверхні.

Область «залишкових променів» оксиду цинку розміщена в проміжку між частотами поперечного і поздовжнього оптичного фонона (табл. 1).

Таблиця 1

Взаємно узгоджені параметри одноосцилярної моделі монокристалів ZnO [2, 14]

Орієнтація	ϵ_0	ϵ_∞	$\nu_T, \text{см}^{-1}$	$\nu_L, \text{см}^{-1}$
$E \perp C$	8,1	3,95	412	591
$E // C$	9,0	4,05	380	570

Детальніший аналіз отримання взаємно узгоджених параметрів одноосцилярної моделі для ZnO проведено в роботах [2, 14]. Авторами [14] показано, що ZnO характеризується значною анізотропією властивостей фононної і слабкою анізотропією плазмової підсистем. Завдяки цьому плівки оксиду цинку є добрими модельними об'єктами, зручними під час дослідження анізотропії оптичних та електрофізичних властивостей в ІЧ-області спектра за наявності зв'язку довгохвильових оптичних коливань ґратки з електронною плазмою.

Теоретичні розрахунки спектрів ІЧ-відбивання поглинаючої плівки на «напівнескінченній» підкладці з оптичного скла проведено в області «залишкових променів» оксиду цинку за математичними виразами [2]:

$$RT(\nu) = \frac{(q_1^2 + h_1^2) \exp(\gamma_2) + (q_2^2 + h_2^2) \exp(-\gamma_2) + A \cos \delta_2 + B \sin \delta_2}{\exp(\gamma_2) + (q_1^2 + h_1^2)(q_2^2 + h_2^2) \exp(-\gamma_2) + C \cos \delta_2 + D \sin \delta_2}, \quad (1)$$

де

$$A = 2(q_1 q_2 + h_1 h_2); \quad B = 2(q_1 h_2 - q_2 h_1);$$

$$C = 2(q_1 q_2 - h_1 h_2); \quad D = 2(q_1 h_2 + q_2 h_1);$$

$$q_1 = \frac{n_1^2 - n_2^2 - k_2^2}{(n_1 + n_2)^2 + k_2^2}; \quad h_1 = \frac{2n_1 k_2}{(n_1 + n_2)^2 + k_2^2};$$

$$q_2 = \frac{n_2^2 - n_3^2 + k_2^2 - k_3^2}{(n_2 + n_3)^2 + (k_2 + k_3)^2}; \quad h_2 = \frac{2(n_2 k_3 - n_3 k_2)}{(n_2 + n_3)^2 + (k_2 + k_3)^2};$$

$$\gamma_2 = (4\pi k_2 d) / \lambda; \quad \delta_2 = (4\pi n_2 d) / \lambda.$$

n_1, n_2, n_3 – показники заломлення; k_1, k_2, k_3 – показники поглинання відповідно повітря, плівки оксиду цинку товщиною d та оптичного скла.

Розрахунок n_2 виконано на основі моделі діелектричної проникності з адитивним вкладом активних оптичних фононів ν_T і плазмонів ν_p [1, 9]:

$$\varepsilon_j(\nu) = \varepsilon_{1j}(\nu) + i\varepsilon_{2j}(\nu) = \varepsilon_{\infty j} + \left[\varepsilon_{\infty j} \left(\nu_{Lj}^2 - \nu_{Tj}^2 \right) \right] / \left[\nu_{Tj}^2 - \nu^2 - i\nu\gamma_{fj} \right] - \left(\nu_{pj}^2 \varepsilon_{\infty j} \right) / \left[\nu \left(\nu + i\gamma_{pj} \right) \right],$$

де ν_L , ν_T – частоти поперечного і поздовжнього оптичних фотонів; γ_f – коефіцієнт затухання оптичного фонона; γ_p і ν_p – коефіцієнт затухання та частота плазмового резонансу. Дослідження проводились без урахування поглинання підкладки в ІЧ-області спектра.

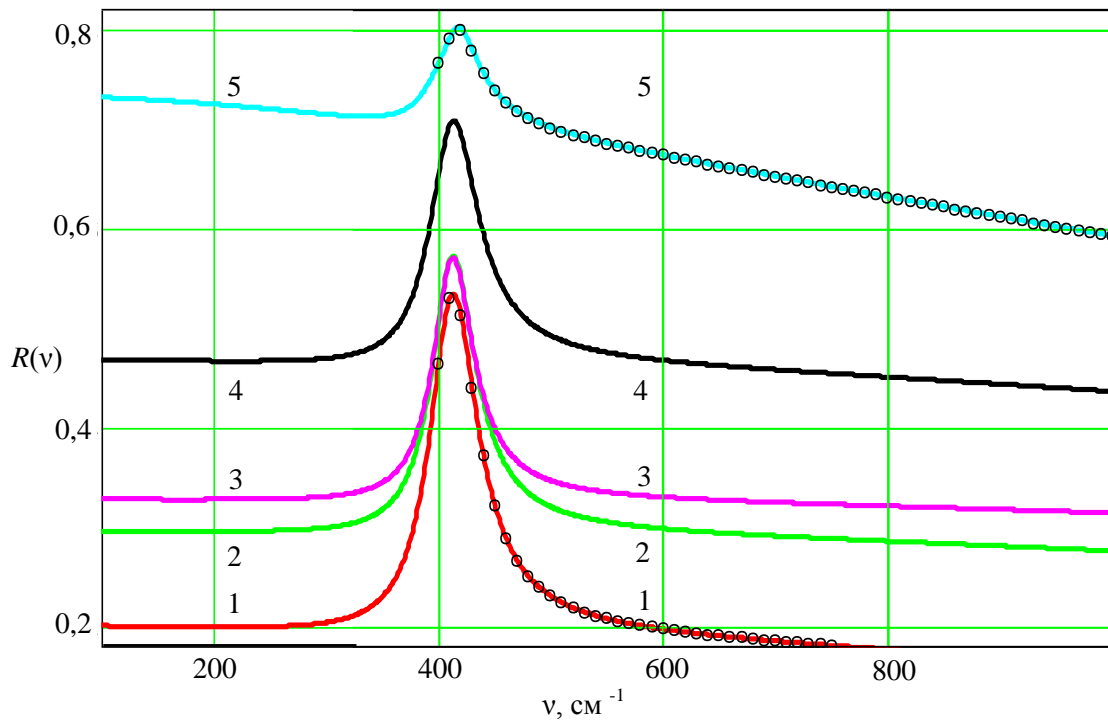


Рис. 1. Розрахункові спектри $R(\nu)$ сильно легованих плівок ZnO на підкладках SiO₂ (дані в табл. 1); точки – експеримент

На рис. 1 (лінії 1 – 5) показано розрахункові залежності коефіцієнта зовнішнього ІЧ-відбивання сильно легованої структури ZnO/SiO₂ від частоти при параметрах плівки, представлених у табл. 2 за орієнтації $E \perp C$. Криві 1, 2 відповідають товщині плівки $d = 0,22$ мкм при концентрації вільних носіїв зарядів (електронів) $1,5 \times 10^{19}$ і $7,35 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ відповідно. Лінії 3 – 5 розраховано при зміні товщини плівки від 0,22 до 0,72 мкм за концентрацій вільних носіїв зарядів (електронів) у плівці від $1,3 \times 10^{20}$ до $4,3 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$. Як видно з рис. 1, зміна товщини плівки і концентрації вільних носіїв зарядів (електронів) супроводжується збільшенням коефіцієнта відбивання $R(\nu)$ в області «залишкових променів» оксиду цинку.

Точками показано експериментальні дані спектрів ІЧ-відбивання для ZnO/SiO₂ (дані для зразків: S312-1 та S312-3 див. табл. 2). Крок сканування за частотою становив 5 см^{-1} .

Збільшення вільних носіїв зарядів (електронів) у плівках оксиду цинку від 10^{19} до $5 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$ призводить до зміщення максимуму спектра відбивання в області частоти поперечного оптичного фонона плівки до 10 см^{-1} . При цьому коефіцієнт відбивання (криві 1 – 5) збільшується від 0,2 до 0,71 на всій ділянці спектра. Розрахунок виконано при використанні даних за товщиною і концентрацією вільних носіїв зарядів, отриманих незалежними вимірюваннями, і представлених у табл. 2. Що стосується коефіцієнтів затухання плазмонів, то розрахунок кривих 1 – 5 проведено

за умови $v_p = \gamma_p$. При розрахунках спектрів відбивання використано взаємоузгоджені параметри оксиду цинку (див. табл. 1). Затухання фононної підсистеми взято для всіх зразків рівним 25 см^{-1} . При вказаних параметрах спостерігається найкраще узгодження теорії з експериментальними даними. Похибка не перевищує 3 %.

Таблиця 2

Параметри сильно легованих плівок ZnO [13]

Зразок		Рухливість, $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$	Концентрація, см^{-3}	Плазмова час- тота, см^{-1}	Провідність, $\Omega^{-1} \text{ см}^{-1}$
1.	ZnO/glass (S312-1)	24	$1,5 \times 10^{19}$	1140	$1,73 \times 10^3$
2.	ZnO/glass (S312-2)	23.3	$7,35 \times 10^{19}$	2530	$3,65 \times 10^2$
3.	ZnO (III-2)	1,94E-03	1,3E+20	3370	2,48E+01
4.	ZnO (III-1)	1,66E-03	1,42E+20	3520	2,65E+01
5.	ZnO/glass (S312-3)	25,7	$4,33 \times 10^{20}$	6145	$5,6 \times 10^3$

На рис. 2 представлено теоретичний спектр ІЧ-відбивання для структури тонка напівпровідникова сильно легована плівка оксиду цинку на підкладці з оптичного скла з концентрацією електронів у плівці $n_0 = 7,35 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ (зразок – S312-2). Товщина плівки ZnO $d = 0,22 \text{ мкм}$ характерна для всіх кривих; затухання фононів – 25 см^{-1} . Затухання плазмової підсистеми у плівці оксиду цинку змінювалось від 500 см^{-1} (крива 1) до 3000 см^{-1} (крива 6) з кроком 500 см^{-1} . Зменшення коефіцієнта відбивання в системі плівка оксиду цинку на підкладці оптичне скло спостерігається в усій області «залишкових променів» ZnO при збільшенні коефіцієнта затухання плазмонів.

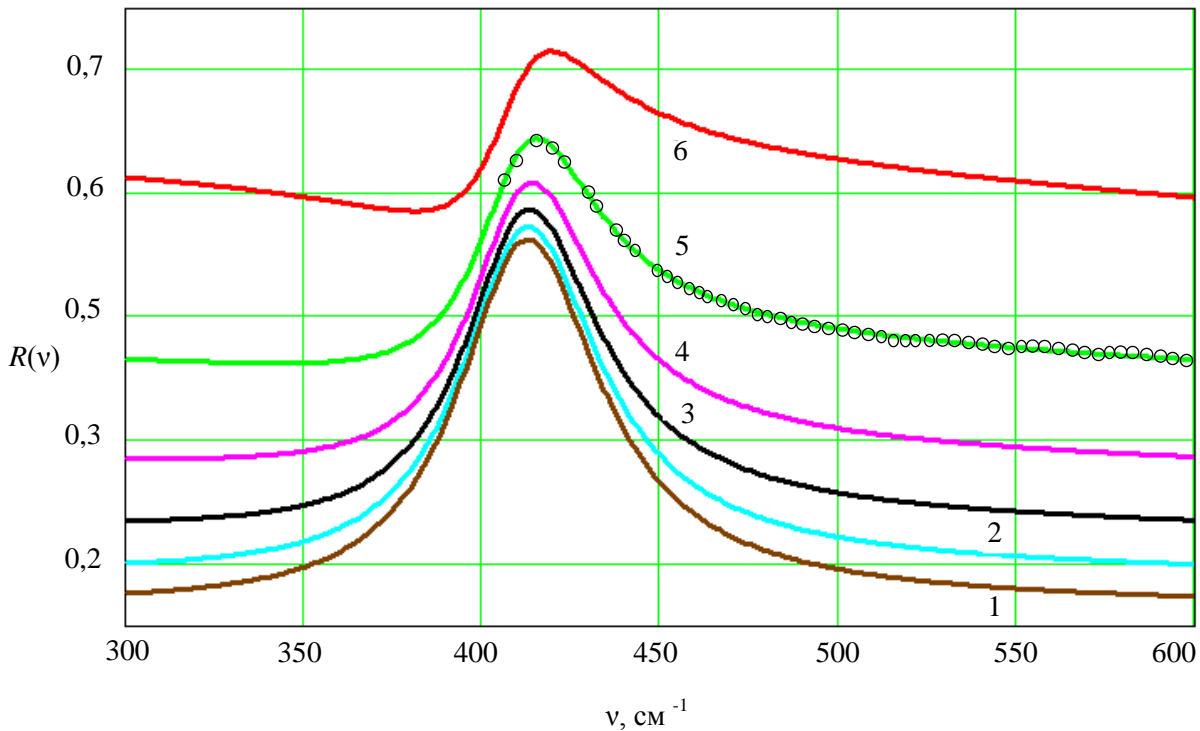


Рис. 2. Розрахункові спектри $R(v)$ сильно легованої плівки ZnO на підкладці SiO_2 ($v_p = 2530 \text{ см}^{-1}$; $\gamma_f = 25 \text{ см}^{-1}$), товщина плівки ZnO $d = 0,22 \text{ мкм}$ при $\gamma_p = 500$ (1), 1000 (2), 1500 (3), 2000 (4), 2500 (5), 3000 (6) см^{-1} ; точки – експеримент.

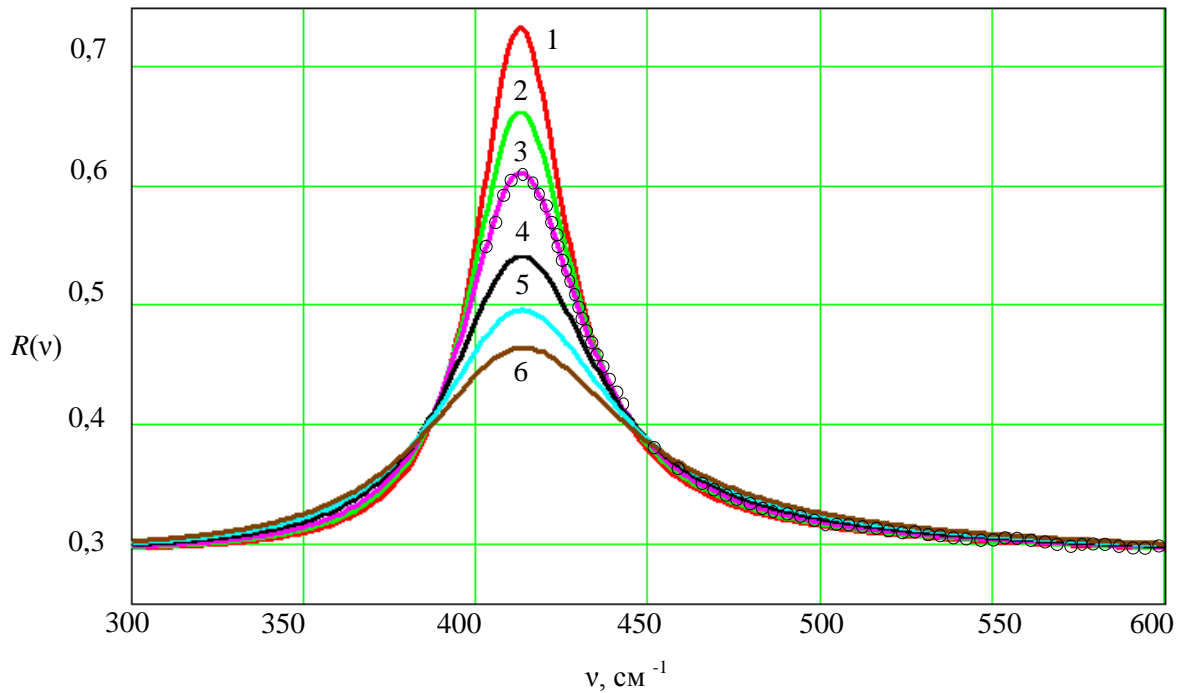


Рис. 3. Розрахункові спектри $R(\nu)$ сильно легованої плівки ZnO на підкладці SiO_2 ($\nu_p = \gamma_p = 2530 \text{ см}^{-1}$), товщина плівки ZnO $d = 0,22 \text{ мкм}$ при $\gamma_f = 10, 15, 20, 30, 40, 50 \text{ см}^{-1}$; точки – експеримент.

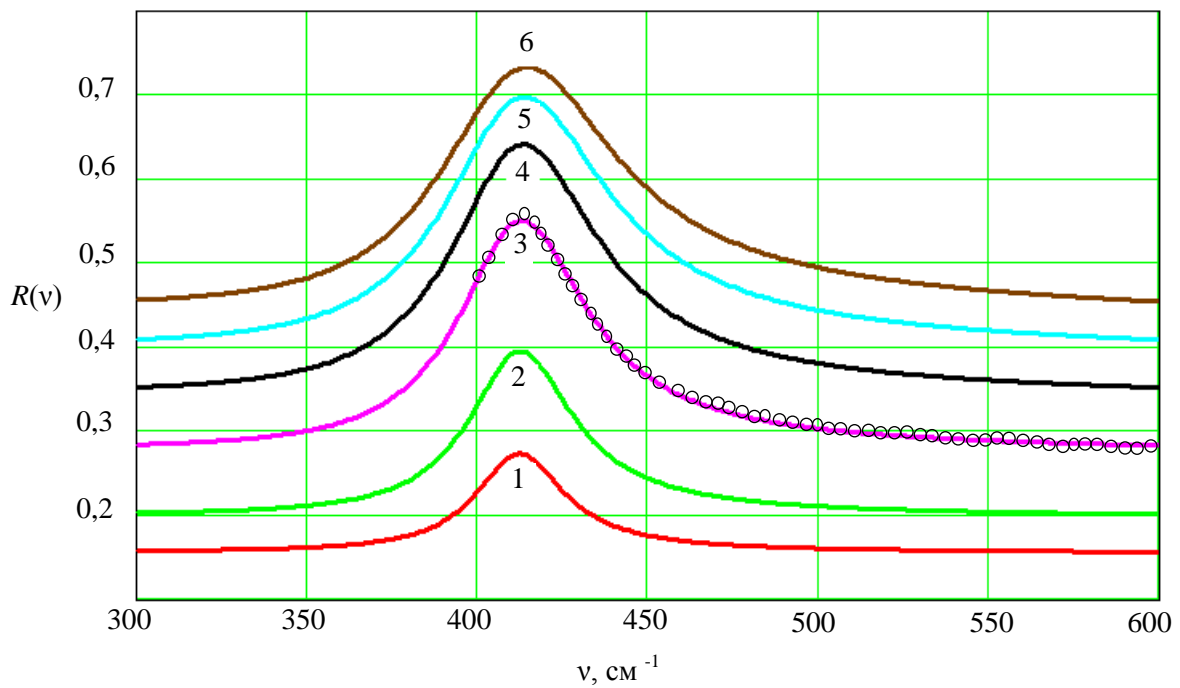


Рис. 4. Розрахункові спектри $R(\nu)$ сильно легованої плівки ZnO на підкладці SiO_2 $\nu_p = \gamma_p = 2530 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_f = 25 \text{ см}^{-1}$, товщина плівки ZnO $d = 0,05$ (1), $0,1$ (2), $0,2$ (3), $0,3$ (4), $0,4$ (5), $0,5$ (6) мкм; точки – експеримент.

Точками представлені експериментальні дані в проміжку від 400 до 600 см^{-1} при кроці сканування 5 см^{-1} . Дисперсійним аналізом встановлено, що найкраще узгодження теорії з експериментом спостерігається при $\nu_p = \gamma_p = 2500 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_f = 25 \text{ см}^{-1}$ за даної товщини плівки $0,22 \text{ мкм}$.

На рис. 3 подано розрахунковий та експериментальний спектри ІЧ-відбивання для сильно легованої структури ZnO/SiO₂ (зразок – S312-2). Концентрація електронів у плівці ZnO для кривих 1 – 6 становить $n_0 = 7,35 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ при товщині плівки $d = 0,22 \text{ мкм}$. Затухання плазмонів $\gamma_p = 2530 \text{ см}^{-1}$ було фіксованим для всіх зразків. Зміна форми кривих 1 – 6 пов'язана з впливом фононної підсистеми на коефіцієнт відбивання в області залишкових променів.

Як видно з рис. 3, при $\gamma_f = 25 \text{ см}^{-1}$ спостерігається максимально узгоджене співпадання теорії з експериментом.

На рис. 4 представлено спектр ІЧ-відбивання для сильно легованої структури ZnO/SiO₂ (зразок S312-2). Концентрація електронів у плівці ZnO для кривих 1 – 6 становить $n_0 = 7,35 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ при скануванні за товщиною плівки d від 0,05 до 0,5 мкм. Решта параметрів є фіксованими і представлені у підписах до рисунка.

Характерною особливістю усіх спектрів на рис. 1 – 4 є наявність максимумів у діапазонах 350 – 500 см⁻¹, зумовлених впливом фононної та плазмової підсистем в області «залишкових променів» оксиду цинку. Враховуючи, що плівка ZnO є сильно легованою, то зменшення $R(\nu)$ в області 300 – 600 см⁻¹ пов'язано із впливом не лише концентрації, а й рухливості електронів на форму спектра відбивання. З рис. 2, 3 видно, що область між частотами поперечного і поздовжнього оптичного фононів плівки ZnO найчутливіша до зміни концентрації та рухливості вільних носіїв зарядів у структурі ZnO/SiO₂. Однак, зміна плазмової підсистеми практично не впливає на спектр відбивання оптичного скла. Коефіцієнт відбивання в області 300 – 600 см⁻¹ має максимальну чутливість до зміни товщини плівки (див. рис. 4).

Отже, із проведених комплексних досліджень випливає, що спектри ІЧ-відбивання у структурі повітря – плівка ZnO – оптичне скло добре моделюються при використанні об'ємних взаємно узгоджених параметрів, отриманих у роботах [2, 14] для монокристалів оксиду цинку. Це підтверджує перспективність методу ІЧ-спектроскопії при визначенні як електрофізичних властивостей плівок ZnO, так і ступеня їх текстурованості. На основі дисперсійного аналізу вивчених структур показано, що неруйнівні методи ІЧ-спектроскопії дозволяють визначати концентрацію електронів, рухливість та питому провідність досліджуваних зразків у межах похибки експерименту, не руйнуючи їх.

Література

1. Кузьміна И.П., Никитенко В.А. Окись цинка. Получение и оптические свойства. – М.: Наука, 1984. – 166 с.
2. Венгер Є.Ф., Мельничук О.В., Пасічник Ю.А. Спектроскопія залишкових променів. – К.: Наук. думка, 2001. – 192 с.
3. Родный П.А., Ходюк И.В. Оптические и люминесцентные свойства оксида цинка (обзор) // Оптика и спектроскопия. – 2011. – Т. 111, № 5. – С. 814 – 824.
4. Zinc Oxide Bulk, Thin Films and Nanostructures Processing. Properties and Applications, ed. by C. Jagadish, S. Pearton Els. Bier, 2006. – 589 p.
5. Мездрогина М.М., Даниловский Э.Ю., Кузьмин Р.В., Полетаев Н.К., Трапезникова И.Н., Чукичев М.В., Бордовский Г.А., Марченко А.В., Еременко М.В. Влияние примесей Fe, Cu, Si на формирование спектров излучения в объёмных кристаллах ZnO // ФТП. – 2010. – 44, вып. 4. – С. 445 – 451.
6. Хомченко В.С., Кушниренко В.И., Папуша В.П., Савин А.К., Литвин О.С. Люминесцентные и структурные свойства плёнок ZnO-Ag // ФТП. – 2010. – 44, вып. 5. – С. 713 – 718.
7. Lupan O., Ursaki V.V., Chai G., Chow L., Emelchenko G.A., Tiginyanu I.M., Gruzintsev A.N., Redkin A.N. Selective hydrogen gas nanosensor using individual ZnO nanowire with fast response at room temperature // Sensors Actuators B: Chem. – 2010. – Vol. 144, N 1. – P. 56 – 66.
8. Li L., Zhai T., Bando Y., Golberg D. Recent progress of one-dimensional ZnO nanostructured solar cells // Nano Energy. – 2012. – Vol. 1. – P. 91 – 106.
9. Nam H., Shen G., Cho J.H., Lee T.J., Seo S.H., Lee Ch.J. Vertically aligned ZnO nanowires produced by a catalyst-free thermal evaporation method and their field emission properties // Chem. Phys. Lett. – 2005. – Vol. 404. – P. 69 – 73.
10. Sohn J.I., Choi S.S., Morris S.M., Bendall J.S., Coles H.J., Hong W.-K., Lee G. Jo, T., Welland M.E.. Novel Nonvolatile Memory with Multibit Storage Based on a ZnO Nanowire Transistor // Nano Lett. – 2010. – Vol. 10, N 11. – P. 4316 – 4320.

11. Zhu G., Yang R., Wang S., Wang Z.L. Flexible High-Output Nanogenerator Based on Lateral ZnO Nanowire Array // Nano Lett. – 2010. – Vol. 10, N 8 – P. 3151 – 3155.
12. Семикина Т.В. Атомное послойное осаждение как нанотехнологический метод для получения функциональных материалов: Обзор // Учёные записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия «Физика». – 2009. – Том 22 (61), № 1. – С. 116 – 126.
13. Luka G., Krajewski T., Wachnicki L., Witkowski B., Lusakowska E., Paszkowicz W., Guziewicz E., and Godlewski M. Transparent and conductive undoped zinc oxide thin films grown by atomic layer deposition // Phys. Status Solidi. – 2010. – A 207, N. 7. – P. 1568 – 1571.
14. Venger E.F., Melnichuk A.V., Melnichuk L.Ju., Pasechnik Ju.A. Anisotropy of the ZnO Single Crystal Reflectivity in the Region of Residual Rays // Physica Status Solidi (b). – 1995. – Vol. 188, N 2. – P. 823 – 831.

УДК 621.315

МАГНІТОРЕФЛЕКЦІЙНИЙ ЕФЕКТ У ДВОШАРОВИХ СТРУКТУРАХ ZnO/6H-SiC

А.І. Євтушенко, О.В. Мельничук

Тонкі напівпровідникові плівки, завдяки різноманітності їх фізико-хімічних властивостей, широко використовуються в різних галузях науки і техніки [1, 2]. Актуальною залишається проблема дослідження плівок оксиду цинку на оптично-анізотропних підкладках, які на сьогодні використовуються в акусто-, опто-, мікро-, інтегральній та НВЧ електроніці в якості прозорих шарів і залежно від ступеня легування можуть бути діелектриками або напівпровідниками [1, 2]. Зокрема недослідженими є двошарові структури ZnO/6H-SiC при взаємодії фононної та плазмової підсистем у магнітному полі.

Магнітооптичні властивості напівпровідників в ІЧ-області спектра, аналогічно до оптичних явищ в металах, пов'язані з внутрішніми оптичними переходами. Тому магнітне поле впливає на коефіцієнти відбивання, пропускання та поглинання ІЧ-випромінювання [3].

Зміна величини коефіцієнтів відбивання R , пропускання T та поглинання A світла за умови розміщення кристала в магнітному полі (магніторефлекційний ефект (МРЕ)) уперше теоретично вивчено і експериментально підтверджено в [3 – 7]. Магніторефлекційний ефект на явищі відбивання характеризується коефіцієнтом магнітовідбивання. Згідно [8] коефіцієнтом магнітовідбивання є величина

$$\Delta R / R = (R_0 - R_H) / R_0,$$

де R_H , R_0 – коефіцієнти відбивання світла структурою за наявності й відсутності магнітного поля відповідно.

У роботах [3 – 7] досліджено магніторефлекційний ефект у гранульованих сплавах метал-діелектрик в ІЧ-області спектра, розглянуто його залежність від частоти, кута падіння та поляризації світла. Встановлено, що основним механізмом магніторефлекційного ефекту у даних системах є спин-залежне тунелювання на оптичних частотах. У спектрах відбивання виявлено низку фононних мод діелектричної матриці і відповідні їм осциляції магніторефлекційного ефекту. Показано, що МРЕ має слабку поляризаційну та кутову залежності за малих кутів падіння світла. За умови зростання кута падіння інтенсивність пропускання починає сильно зростати. МРЕ на відбиванні досягає найбільших значень для р-поляризованого світла при кутах падіння, близьких до кута Брюстера, а також для нанокompозитів поблизу порогу перколяції із вмістом металу, що відповідає діелектричній фазі. У нанокompозитах із тунельним магнітоопором МРЕ складно пов'язаний з оптичними параметрами, причому кореляція між МРЕ та коефіцієнтом відбивання не є лінійною. За великих кутів падіння світла має місце сильна поляризаційна залежність МРЕ, причому він значно більший для р-поляризованих компонент при відбиванні і для s-компоненти при пропусканні. У [9] розвинута теорія для МРЕ для металевих

мультишарів. Ефект спостерігався в ближній ІЧ-області спектра і за відбивання становив приблизно 0,1 – 0,5 %.

Вважається [3 – 9], що в магнітних і немагнітних матеріалах, які не мають великого магнітоопору, МРЕ настільки малий, що ним можна знехтувати. І тільки в магнітних матеріалах із гігантським тунельним або колосальним магнітоопором провідність значно змінюється за умови намагнічування, тому діелектрична проникність в ІЧ-області спектра, лінійно пов'язана з провідністю, також є функцією прикладеного магнітного поля. Оскільки індекси рефракції і всі оптичні коефіцієнти визначаються діелектричною проникністю, очевидно, що МРЕ є частотним аналогом гігантського магнітоопору і парним за намагнічуванням. В ІЧ-області спектра традиційні непарні і парні за намагнічуванням магнітооптичні ефекти на відбитому світлі в металах та композитах не перевищують 0,01 %, тому пошук матеріалів із великим МРЕ має важливе практичне значення.

У роботі [7] розраховано магнітопропускання і магнітовідбивання для манганітів і одномірних магнітофотонних кристалів, які містять плівку манганіту в якості дефекту. Виконані розрахунки показали, що магнітопропускання та магнітовідбивання манганітів із колосальним магнітоопором можна розглядати як прояви магніторефлекційного ефекту, причому величина ефекту на проходження може сягати 20 – 40 % при низьких температурах. Ефект на відбиванні для плівки товщиною 300 нм становить 1 – 2 % і може бути значно підсилений за рахунок багатопроменевої інтерференції в симетричній та антисиметричній схемі магнітофотонних кристалів із вбудованим дефектом.

У [6] встановлено, що спектри магнітовідбивання у гранульованих плівках характеризуються чітко вираженим мінімумом. Ця особливість може бути пов'язана зі збудженням поздовжньої оптичної фононої моди. Мінімум стає чіткішим, а його амплітуда зростає нелінійно при зростанні H . Значення МРЕ збільшується у випадках низької відбивальної здатності зразків.

Кравець А.Ф. та ін. вперше [8] експериментально виявили та дослідили вплив магнітного поля на коефіцієнт відбивання кристалічних діелектриків Al_2O_3 , LiF , MgO . Авторами показано, що спектри відбивання в оптично-анізотропних немагнітних кристалах деформуються під дією магнітного поля. У спектрах магнітовідбивання спостерігались різкі піки в областях частот, де відбивальна здатність кристала, за відсутності магнітного поля мінімальна.

У роботі [10] досліджено прояви магніторефрактивного ефекту у полярних оптично-анізотропних монокристалах ZnO та $6H-SiC$ та його залежність від величини й напрямку магнітного поля, концентрації вільних носіїв заряду та коефіцієнтів затухання оптичного фонона та плазмонів.

У даній роботі запропоновано математичну модель, що дозволяє розрахувати спектри відбивання двошарової структури – тонкий поглинаючий однорідний шар на поглинаючій «напівнескінченній» підкладці за умови дії на останню сильного однорідного магнітного поля.

Коефіцієнт відбивання визначено з виразу

$$R(\nu) = \frac{(g_1^2 + h_1^2)e^{\gamma_2} + (g_2^2 + h_2^2)e^{-\gamma_2} + A \cos(\delta_2) + B \sin(\delta_2)}{e^{\gamma_2} + ((g_1^2 + h_1^2)(g_2^2 + h_2^2)e^{-\gamma_2} + C \cos(\delta_2) + D \sin(\delta_2))},$$

де $A = 2(g_1g_2 + h_1h_2)$; $B = 2(g_1h_2 - h_1g_2)$; $C = 2(g_1g_2 - h_1h_2)$; $D = 2(g_1h_2 + h_1g_2)$;

$$g_1 = \frac{n_1^2 - n_2^2 - k_2^2}{(n_1 + n_2)^2 + k_2^2}; \quad g_2 = \frac{n_2^2 - n_3^2 + k_2^2 - k_3^2}{(n_2 + n_3)^2 + (k_2 + k_3)^2};$$

$$h_1 = \frac{2n_1k_2}{(n_1 + n_2)^2 + k_2^2}; \quad h_2 = \frac{2(n_2k_3 - n_3k_2)}{(n_2 + n_3)^2 + (k_2 + k_3)^2};$$

$$\gamma_2 = \frac{4\pi k_2 d_2}{\lambda}; \quad \delta_2 = \frac{4\pi n_2 d_2}{\lambda},$$

n_1, n_2, n_3 - показники заломлення і k_1, k_2, k_3 - показники поглинання відповідно повітря, плівки оксиду цинку товщиною d_2 та підкладки 6H-SiC. Обчислення n_2, n_3 проводилось на основі моделі діелектричної проникності оксиду цинку та карбіду кремнію, яка включає вклад активних оптичних фононів ν_T і плазмонів ν_p ;

$$n_2 = \sqrt{0,5 \left(\varepsilon'(\nu) + \sqrt{\varepsilon'(\nu)^2 + \varepsilon''(\nu)^2} \right)}; \quad k_2 = \frac{\varepsilon''(\nu)}{2n_2};$$

$$\varepsilon(\nu) = \varepsilon' + i\varepsilon''$$

ε' та ε'' - дійсна й уявна частини діелектричної проникності оксиду цинку:

$$\varepsilon' = n^2 - k^2; \quad \varepsilon'' = 2nk,$$

n та k - показник заломлення і головний показник поглинання оксиду цинку.

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{B_1(1-y)}{(1-y)^2 + D_1 y} - \frac{\varepsilon_\infty}{D_p + x_p - \Omega^2}$$

$$\varepsilon'' = \frac{B_1 \sqrt{D_1 y}}{(1-y)^2 + D_1 y} + \frac{\varepsilon_\infty \sqrt{\frac{D_p}{x_p}}}{D_p + x_p - \Omega^2},$$

$$D_1 = \left(\frac{\gamma_{f1}}{\nu_T} \right)^2; \quad D_p = \left(\frac{\gamma_p}{\nu_p} \right)^2; \quad x_p = \left(\frac{\nu}{\nu_p} \right)^2; \quad y = \left(\frac{\nu}{\nu_T} \right)^2,$$

B_1 - сила осцилятора, ν_T і γ_f - частота і коефіцієнт затухання фонона, ν_p і γ_p - частота і коефіцієнт затухання плазмону;

$$n_3 = \sqrt{0,5 \left(\varepsilon(\nu) + \sqrt{\varepsilon(\nu)^2 + \varepsilon_3(\nu)^2} \right)}; \quad k_3 = \frac{\varepsilon_3(\nu)}{2n_3};$$

$$y = \left(\frac{\nu}{\nu_T} \right)^2;$$

$\Omega = \frac{eB}{mc} \sqrt{\mu_\perp \mu_{xx}}$ - циклотронна частота;

компоненти безрозмірного тензора оберненої ефективної маси μ_{ij} , згідно [11], виражаються через головні значення μ_\perp та μ_\parallel співвідношеннями

$$\begin{cases} \mu_{xx} = \mu_\perp \cos^2 \varphi + \mu_\parallel \sin^2 \varphi, \\ \mu_{yy} = \mu_\perp, \\ \mu_{zz} = \mu_\perp \sin^2 \varphi + \mu_\parallel \cos^2 \varphi, \\ \mu_{xz} = \mu_{zx} = (\mu_\parallel - \mu_\perp) \sin \varphi \cos \varphi, \\ \mu_{xy} = \mu_{yx} = \mu_{yz} = \mu_{zy} = 0. \end{cases}$$

Об'ємні параметри монокристалів оксиду цинку та карбіду кремнію (політип 6H), що використовувались в обрахунках спектрів відбивання двошарової структури тонкої поглинаючої однорідний шар ZnO на поглинаючій «напівнескінченній» підкладці 6H-SiC, подано в табл. 1 – 4.

Таблиця 1

Об'ємні параметри ZnO

ZnO	ϵ_0	ϵ_∞	ν_T, cm^{-1}	ν_L, cm^{-1}
$\vec{E} \perp C$	8,1	3,95	412	591
$\vec{E} \parallel C$	9,0	4,05	380	570

Таблиця 2

Електрофізичні параметри монокристалів ZnO, вироцених гідротермальним методом

№	Зразок	n_0, cm^{-3}	ν_p, cm^{-1}		γ_p, cm^{-1}		γ_f, cm^{-1}		m_{\parallel}	$\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}}$	m_{\perp}	μ_{\parallel}	μ_{\perp}
			$E \perp C$	$E \parallel C$	$E \perp C$	$E \parallel C$	$E \perp C$	$E \parallel C$					
1.	ZO2-3	$9,3 \cdot 10^{16}$	90	100	150	170	11	11	0,21	1,23	0,258	4,76	3,88
2.	ZO1-3	$6,6 \cdot 10^{17}$	240	250	280	260	13	13	0,23	1,13	0,260	4,35	3,85
3.	ZO6-B	$2,0 \cdot 10^{18}$	420	480	406	350	21	21	0,22	1,18	0,260	4,55	3,85

Таблиця 3

Об'ємні параметри 6H-SiC

6H-SiC	ϵ_0	ϵ_∞	ν_T, cm^{-1}	ν_L, cm^{-1}
$\vec{E} \perp C$	9,66	6,52	797	970
$\vec{E} \parallel C$	10,03	6,7	788	964

Таблиця 4

Електрофізичні параметри монокристалів 6H-SiC

№	Зразок	n_0, cm^{-3}	ν_p, cm^{-1}		γ_p, cm^{-1}		γ_f, cm^{-1}		μ_{\parallel}	μ_{\perp}
			$E \perp C$	$E \parallel C$	$E \perp C$	$E \parallel C$	$E \perp C$	$E \parallel C$		
1.	ПСЕ-3Б	$5 \cdot 10^{18}$	550	200	620	340	12	12	0,59	4
2.	SC-1	$6,8 \cdot 10^{18}$	620	210	700	260	14	14	0,59	4
3.	SC-2	10^{19}	740	280	830	450	12	12	0,59	4

За спектрами ГЧ-відбивання (рис.1) вплив магнітного поля на структуру тонкий поглинаючий однорідний шар ZnO на поглинаючій «напівнескінченній» підкладці 6H-SiC за магнітних полів 100 кЕ не очевидний. Тому, з практичної точки зору при вивченні впливу магнітного поля на дану структуру краще розглянути спектри магнітовідбивання, які подано на рис 2.

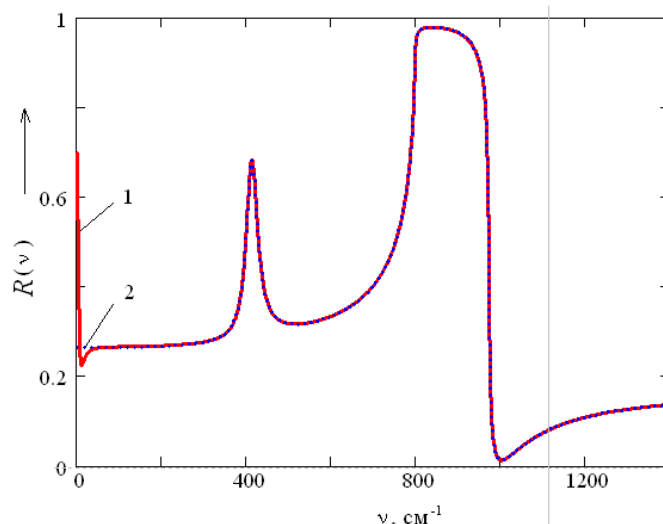


Рис. 1. Спектри ГЧ-відбивання від структури тонкий поглинаючий однорідний шар ZnO на поглинаючій «напівнескінченній» підкладці 6H-SiC: 1 - без впливу магнітного поля; 2 - за наявності магнітного поля 100 кЕ.

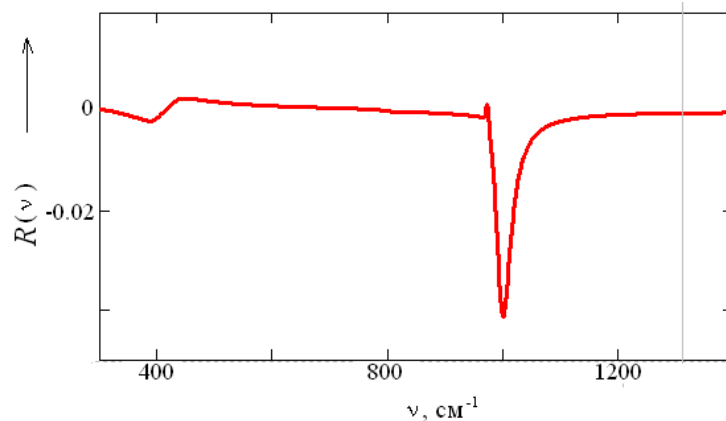


Рис. 2. Спектр ІЧ-магнітовідбивання від структури тонкий поглинаючий однорідний шар ZnO на поглинаючій «напівнескінченній» підкладці 6H-SiC за дії магнітного поля 100 кЕ.

Як видно з рис. 2, відхилення від нуля в спектрах магнітовідбивання плівки ZnO, товщиною 2 мкм, на напівнескінченній напівпровідниковій підкладці 6H-SiC спостерігаються в околі частот поперечного оптичного фонуна ZnO ($380 - 412 \text{ cm}^{-1}$) та поздовжнього оптичного фонуна 6H-SiC ($964 - 970 \text{ cm}^{-1}$). Це зумовлено циклотронним рухом електронів у магнітному полі.

Раніше вже встановлено вплив товщини шару плівки напівпровідника на підкладці на спектри відбивання [1-2]. У даній роботі встановлено вплив товщини шару плівки на спектри магнітовідбивання. Зокрема виявлено, що при збільшенні товщини шару плівки на частоті поперечного оптичного фонуна оксиду цинку коефіцієнт магнітовідбивання за абсолютною величиною зростає, у той час як на частоті поздовжнього оптичного фонуна карбиду кремнію (політип 6H) модуль коефіцієнта відбивання зменшується (рис. 3).

Таким чином, за спектрами магнітовідбивання в ІЧ області спектра встановлено наявність магніторефлекційного ефекту в нелегованих двошарових структурах ZnO/6H-SiC за полів 100 кЕ. Виявлено, що товщина шару плівки оксиду цинку впливає на інтенсивність коефіцієнта ІЧ-відбивання в області залишкових променів від вказаної структури за наявності дії зовнішнього однорідного магнітного поля, причому, зі зміною товщини шару плівки змінюється коефіцієнт магнітовідбивання.

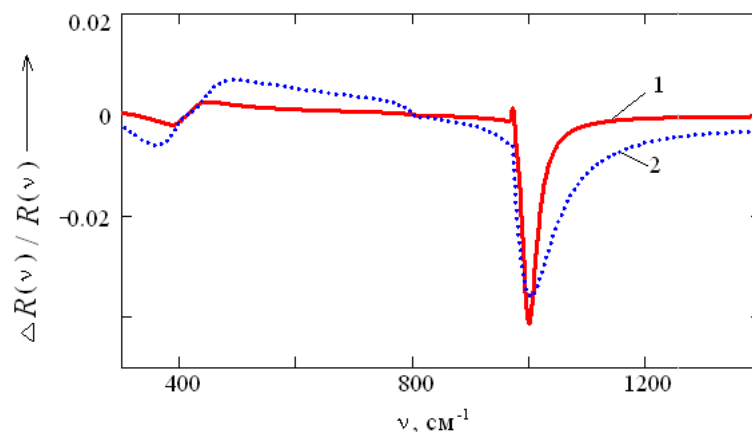


Рис. 3. Спектри ІЧ-магнітовідбивання від структури тонкий поглинаючий однорідний шар ZnO на поглинаючій «напівнескінченній» підкладці 6H-SiC за дії магнітного поля 100 кЕ: крива 1 – при $d=0,2 \text{ мкм}$; крива 2 – $d=0,5 \text{ мкм}$

Література

1. Поверхностные акустические волны / Под ред. Олнера А. – М.: Мир, 1981. – 390 с.
2. Морозов А.И. Пьезоэлектрические преобразователи для радиоэлектронных устройств / Морозов А.И., Проклов В.В., Станкович Б.А. – М.: Радио и связь, 1981. – 84 с.
3. Грановский А.Б. Особенности оптических и магнитооптических свойств гранулированных сплавов с ГМС в ИК-области спектра / А.Б. Грановский, М.В. Кузьмичев, Ж.П. Клерк // ЖЭТФ. – 1999. – Т. 116, вып.5 (11). – С. 1762 – 1769.
4. Новый интенсивный магнитооптический эффект в материалах, обладающих гигантским сопротивлением / Кубраков Н.Ф., Звездин А.К., Звездин Н.А. [и др.] // ЖЭТФ. – 1998. – Том 114, вып. 3. – С. 1101 – 1114.
5. Быков И.В. Магниторефрактивный эффект в гранулированных пленках с туннельным магнитосопротивлением / И.В. Быков, Е.А. Ганьшина, А.Б. Грановский, В.С. Гуцин // ФТТ. – 2000. – Том 42, вып. 3. – С. 487 – 491.
6. Магниторефрактивный эффект в гранулированных пленках $(\text{Co}_{50}\text{Fe}_{50})_x(\text{Al}_2\text{O}_3)_{1-x}$ / В.Г. Кравец, А.Н. Погорелый, А.Ф. Кравец [и др.] // ФТТ. – 2003. – Том 45, вып. 8. – С. 1456 – 1462.
7. Магниторефрактивный эффект в манганитах / А.Н. Юрасов, Ю.В. Борискина, Е.А. Ганьшина [и др.] // ФТТ. – 2007. – Том 49, вып. 6. – С. 1066 – 1069.
8. Особенности отражения инфракрасного излучения кристаллическими диэлектриками в магнитном поле / [Кравец А.Ф., Джежеря Ю.И., Кравец В.Г., Климук О.] // ЖЭТФ. – 2004. – Т. 126, № 6. – С. 1362- 1366.
9. Optical and magneto-optical properties and magnetorefractive effect in metal-insulator $\text{CoFe-Al}_2\text{O}_3$ granular films / V.G. Kravets, L.V. Poperenko, I.V. Yurgelevich [at. al] // J. Appl. Phys. – 2005. – V. 98, N. 4 – P. 043705 (7 pages).
10. Магниторефрактивный эффект у монокристаллах ZnO та 6H-SiC / [Є.Ф. Венгер, А.І. Євтушенко, Л.Ю. Мельничук, О.В. Мельничук] // Оптоелектроника и полупроводниковая техника. – 2008. – Вып. 43. – С. 30 – 37.,
11. Tarkhanyan R.H. Radiowaves and polaritons in anisotropic media / R.H. Tarkhanyan, N.K. Uzunoglu. – John Wiley & Sons Inc, 2006. – 224 p.

О ПРЕДВЕСТНИКАХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Л. Зурошвили, Дж. Зурошвили

Основные положения. Последние годы вырос число тех ученых которые предлагают, что для решения проблем прогноза землетрясения, нужно комплексный подход.

Это подразумевает производить объединенные исследование геофизиков, метеорологов, геологов и своих сферах поискать предвестников землетрясения. Авторы работы [1 - 3] показали: 1) В момент толчка усиливается эффект смешивания слоев. 2) За несколько дней до землетрясения обычно наблюдаются повышения изменчивости. 3) При передачи возмущения от поверхности Земли к ионосфере нейтральном в атмосфере главные роли динамических процессов. Такое объяснение предполагает существования ВГВ-источник. Автор[4] показал, что такими источниками для ВГВ могут быть сейсмогравитационные колебания Земли.

Постановка задачи. В связи с расширением геоэкологических проблем интересно было показать: 1.Возмущения от Земли достигло ли до ионосферы?
2.Землетрясения на Земле отобразило ли на в ионосферу?

Данные и решения задачи. Эти предположения можно утвердить от записей 15 июня 1991года. В это время в Тбилиси работали как сейсмические так и микробаровариационные длиннопериодные каналы а в табакхмела велись наблюдения над параметрам f_0 в слое F_2 . Это дало возможность вычислить спектры как до так и после землетрясения и на Земле и в ионосфере. Записи сейсмогравитационных колебаний Земли были оцифрованы за 45 часов до землетрясения и вычислены по методу [5]. Поэтому методу был вычислен спектр пара метра f_0F_2 ионосферы.

Заключення. Колебания с близкими выше вычислений периодом (50-120) мин. наблюдаются и в атмосфере и в вариациях радиоизлучения Солнца, которые может модулироваться при прохождении через ионосферу. Последнее обстоятельство позволяет предположить, что колебания геомагнитного поля обусловлены колебаниями проводящей ионосферы, которые генерируются сейсмическими процессами. В результате этих вычислений можно сказать что в ионосфере тоже наблюдаются колебания без каких либо землетрясений и периоды этих колебаний соответствует периодам сейсмогравитационных колебаний Земли. Выделенные гармоники с большим периодом которые по нашему мнению сообщает о землетрясения. Как будто ионосфера тоже почувствовала те возмущения Земли который вызвал землетрясения в грузий 1991г.15 июня под имени “самачабло”. На основе с одной землетрясения говорить о прогнозе землетрясений слишком рано, но параметр f_0F_2 ионосферы предвестник землетрясения, это очевидно.

Литература

1. Gohberg M.Г., Liperovskaia K. X., Липеровский В.А., Шалимов С.Л. Некоторые из characteristics ionospheric региона F до землетрясения. МСГГ XIX general assembly obstar, Vancouver, Kanada, т. 1, 1987, p. 390.
2. Липеровский В.А., Похотелов О.А., Шалимов С.Л., -Ионосферные предвестники землетрясений.- М., Наука, 1992г.
3. Александров А.В., Бычков В.С., Ларин И.А., Комков И.В. Колебания переменного магнитного поля Земли с периодом около 1,5 ч.-Геомагнетизм и аэрономия, 1990 г.
4. Шалимов С.Л. О влиянии длиннопериодных колебаний Земли на верхнюю атмосферу. – Известия РАН, Физика Земли, 1992, N7, с. 34-95.
5. Зурошвили Дж. Дедамицис идумали рхевеби. – Тбилиси 2000 года. Гв. 74. (на грузинском языке).

УДК 621.36

ТЕРМОПАРИ, ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА СПОСОБИ ВИГОТОВЛЕННЯ

М.П. Руденко, Т.О. Сибірякова

На сьогодні термопари широко використовуються у багатьох галузях людської діяльності і є там незамінними елементами системи. Подальше вивчення термопар може відкрити додаткові можливості для розробки нових конструкцій термоперетворювачів із новими властивостями.

Ми поставили за мету провести теоретичний аналіз способів виготовлення термопар, з'ясувати їх характеристики та практично виготовити термопари різними (доступними в наших умовах) способами та з різного матеріалу і зняти їх характеристики.

Аналізуючи способи виготовлення термопар, ми зупинилися на двох із них.

1. Спосіб зварювання термопари в дузі між двома електродами. Цей спосіб ми обрали серед інших із наступних міркувань:

1) температура в дузі між електродами є досить високою, що дає можливість зварювати будь-які матеріали;

2) середовище між електродами є не надто агресивним, що дає можливість уникнути сильної карбідизації електродів;

3) практична реалізація способу є досить доступною.

Для створення електричної дуги скористалися вугільними електродами та трансформатором, що мав вихідну напругу 70В та міг забезпечувати силу струму до 100А. Для створення дуги електроди приводилися в контакт, а потім віддалялися один від одного на відстань близько 1см, що забезпечувало стійку дугу. Щоб дуга не гасла, весь час підтримували вище зазначену відстань між ними.

Попередньо підготували пари електродів для зварювання: мідь–алюміній, константан–мідь, мідь–залізо та константан–ніхром. Константан – термостабільний сплав на основі міді

(Cu) (близько 59%) із добавкою нікелю (Ni) (39 – 41%) і марганцю (Mn) (1 – 2%). Сплав має високу термоЕРС у парі з міддю, залізом, хромелем. Температура плавлення близько 1260°C. Використовується для виготовлення термопар, активного елемента тензодатчика, реостатів і електронагрівальних елементів з робочою температурою до 400 – 500°C, вимірювальних приладів високого класу точності. Ніхром – загальна назва групи сплавів, що складаються, в залежності від марки сплаву, з 55 – 78% нікелю, 15 – 23% хрому, з добавками марганцю, кремнію, заліза, алюмінію. Температура плавлення ніхрому 1100 – 1400°C.

Кінці електродів із вказаних матеріалів зачистили та попарно скрутили їх. Відповідні пари по чергово вносили у дугу, спостерігаючи процес зварювання через затемнене скло. Пари константан–мідь, залізо–мідь та константан–ніхром зварюються досить легко, а зварювання пари алюміній–мідь довелося виконувати кілька разів, аж доки не отримали належної якості місця зварювання. Це ми пояснюємо тим, що температури плавлення константану і міді та константану і ніхрому не дуже відрізняються одна від одної, а температури плавлення міді та алюмінію сильно різняться. Це призводить до того, що один матеріал (алюміній) уже розплавився, в той час як інший (мідь) ще перебуває у твердому стані.

Після виготовлення термопар оглянули та зачистили місця їх зварювання.

2. Виготовлення термопар шляхом спаювання електродів за допомогою олов'яно-свицевих припоїв. Цей спосіб є досить простим у виконанні та надійним. Але недоліком цього способу є те, що деякі матеріали дуже погано залуджуються. Максимальна робоча температура термопар, виготовлених таким способом, є невисокою – вона обмежена температурою плавлення припою.

Ми підготували електроди із міді (2 шт.), константану (2 шт.), заліза та ніхрому, зачистили їх кінці довжиною 1,5 см. Потім залудили зачищені кінці. Мідь та константан залуджували з використанням у якості флюсу каніфолі. Ніхром залуджували з використанням ацетилсаліцилової кислоти (аспірину). Залізо залуджували з використанням хлористого цинку.

Після того, як електроди були залуджені, попарно (константан–мідь, константан–ніхром та залізо–мідь) скрутили залуджені їх кінці та пропаяли місця скручування. Ретельно очистили одержані термопари від залишків флюсу. Термопари готові.

Таким чином ми одержали шість термопар (константан–мідь, константан–ніхром, залізо–мідь), по дві термопари кожного виду, виготовлені різними способами.

Нами було виготовлено також термопару алюміній–мідь способом зварювання кінців у електричній дузі, але виготовити її аналог способом спаювання не вдалося (жодним із описаних у літературі способів алюміній залудити не вдалося).

Дослідження характеристик виготовлених термопар проводили на установці, що являла собою електропеч, у яку поміщали по черзі термопари, під'єнані до вольтметра, що реєстрував наявну термо-ЕРС. Температуру контролювали за допомогою ртутного термометра. Змінюючи температуру в печі, слідкували за зміною термо-ЕРС.

Провівши дослідження термопар, одержали результати, зображені на графіках (рис. 1, 2, 3).

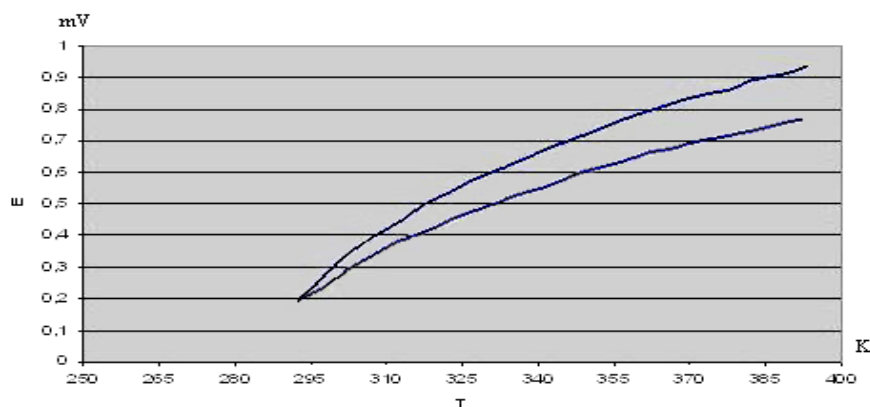


Рис. 1. Графіки залежності $E = f(T)$ для термопар мідь–залізо, виготовлених способами зварювання (1) та спаювання (2).

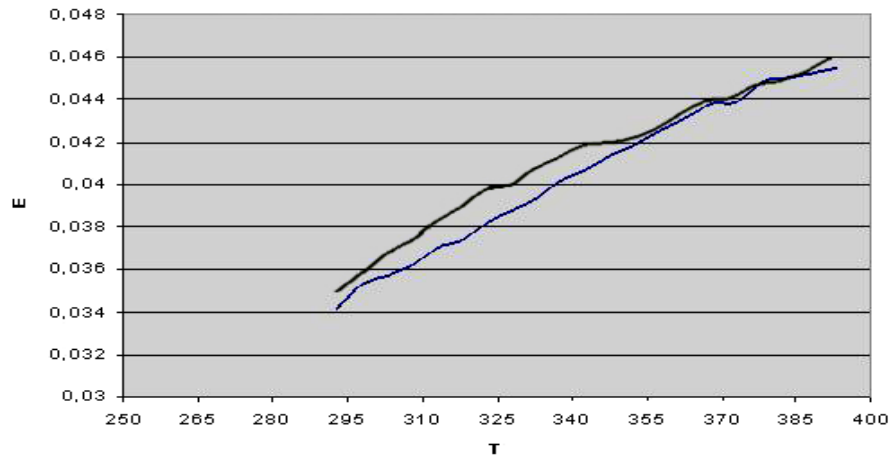


Рис. 2. Графіки залежності $E = f(T)$ для термопар мідь-константан, виготовлених способами зварювання (1) та спаювання (2).

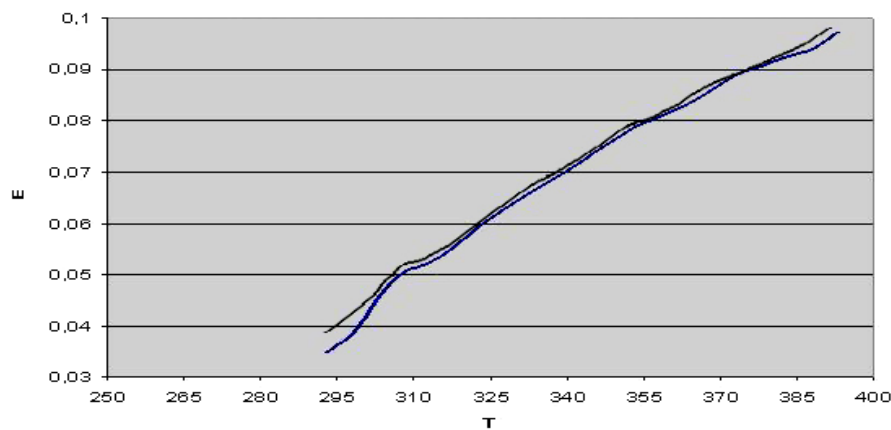


Рис. 3. Графіки залежності $E = f(T)$ для термопар константан-ніхром, виготовлених способами зварювання (1) та спаювання (2).

Користуючись графіками, ми розрахували також коефіцієнти термо-ЕРС для кожної виготовленої нами термопар. Так, для термопар, виготовлених способом зварювання в електричній дузі, він становить: константан-мідь – $\alpha = 0,00012 \text{ mV/K}$; константан-ніхром – $\alpha = 0,000207 \text{ mV/K}$; залізо-мідь – $\alpha = 0,0018 \text{ mV/K}$.

Для термопар, виготовлених способом спаювання, він становить: константан-мідь – $\alpha = 0,00011 \text{ mV/K}$; константан-ніхром – $\alpha = 0,000204 \text{ mV/K}$; залізо-мідь – $\alpha = 0,0015 \text{ mV/K}$. Як видно, значення цих коефіцієнтів відрізняються несуттєво.

Таким чином, проведені нами дослідження свідчать про наступне:

1. Залежність термо-ЕРС від температури для даних двох матеріалів не залежить від способу виготовлення термопар.
2. Залежність коефіцієнта термо-ЕРС від температури для даних двох матеріалів не залежить від способу виготовлення термопар і є практично лінійною.
3. Значення коефіцієнтів термо-ЕРС для термопар, виготовлених різними способами, відрізняються несуттєво.
4. Для виготовлення термопар можна скористатися будь-яким способом виготовлення, щоправда, враховуючи при цьому переваги та недоліки кожного з них.
5. Виготовлені нами термопарі мають характеристики, які роблять можливим їх використання у фізичному експерименті, техніці, побуті.

Література

1. Гордов А.Н. Основы температурных измерений / Гордов А.Н., Жагулло О.М., Иванова А.Г. – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 264 с.
2. Геращенко О.А. Температурные измерения. Справочник / Геращенко О.А., Брунов А.Н. – К.: Наукова думка, 1984. – 496 с.



Информатика

УДК 004.519.6

КРИТЕРИИ ПОСТРОЕНИЯ СУПЕРКЛАССА В ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ

Д.Б. Буй, С.В. Компан

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

На сегодняшний день для объектных и объектно-реляционных баз данных не существует адекватных формальных моделей, естественно описывающие их работу. Причины трудностей, возникающих на этом пути, понятны: в первую очередь надо уточнить основные понятия (парадигмы) объектного подхода как такового (см., например, работы [1-3]).

Авторами данной работы в [4] было предложено рассматривать в качестве модели объектную алгебраическую систему $\langle O, K; \Omega_{obj}; \Omega_{spec}, \leq \rangle$, где O – множество объектов классов, K – множество спецификаций классов, Ω_{obj} – множества операций над объектами, Ω_{spec} – множества операций над спецификациями классов, а отношение $\leq \subseteq K \times K$ – частичный порядок, уточняющий наследование между спецификациями классов. Целью статьи является уточнение операции пересечения \cap спецификаций классов, которая уточняет построение суперкласса.

Согласно [4] под спецификацией класса (классом) будем понимать пару $K = \langle s, \mu \rangle$, где S – функциональное бинарное отношение, которое атрибуту ставит в соответствие его тип (множество значений из универсального домена), а μ – функциональное бинарное отношение, которое методу ставит в соответствие его сигнатуру.

Операция пересечения (спецификаций классов) есть операция вида $\cap : K \times K \rightarrow K$, причем для значений имеем:

$\langle s_1, \mu_1 \rangle \cap \langle s_2, \mu_2 \rangle = \langle s_1 \cap s_2, \mu_1 \cap \mu_2 \rangle$, где \cap – стандартное теоретико-множественное пересечение (в данном случае пересечение графиков функций). Ниже $f|X$ – ограничение функции по множеству X , стандартные свойства которого используются в доказательстве следующего предложения.

Предложение. Для произвольных функциональных бинарных отношений f и g выполняется равенство: $f \cap g = (f \cap g)|(\text{dom}f \cap \text{dom}g)$.

Доказательство: Положим $X = \text{dom}f \cap \text{dom}g$. Во-первых, имеем включение $\text{dom}(f \cap g) \subseteq \text{dom}f \cap \text{dom}g = X$. Во-вторых, отсюда следует цепочка равенств и неравенств:

$$f \cap g = (f \cap g)|\text{dom}(f \cap g) \subseteq (f \cap g)|X = f|X \cap g|X \subseteq f \cap g.$$

Таким образом, $f \cap g = (f \cap g)|X = (f \cap g)|(\text{dom}f \cap \text{dom}g)$.

Ниже \approx – отношение совместности двух функций: $f \approx g \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} f|X = g|X$, где $X \stackrel{\text{def}}{=} \text{dom}f \cap \text{dom}g$.

В [5] было установлено основное свойство совместности:

$f \approx g \Leftrightarrow f \cup g$ – функциональное бинарное отношение.

В следующих следствиях формулируется иной критерий совместности.

Следствие 1 (критерий совместности функциональных бинарных отношений). Пусть f, g – произвольные функциональные бинарные отношения, а $X = \overset{def}{domf} \cap domg$. Тогда имеют место две эквивалентности: $f \approx g \Leftrightarrow dom(f \cap g) = X$ и $\neg(f \approx g) \Leftrightarrow dom(f \cap g) \subset X$.

Следствие 2 (критерий совместности функциональных бинарных отношений). Пусть $X = \overset{def}{domf} \cap domg$; выполняются следующие утверждения.

- 1) $X = \emptyset \Leftrightarrow f \approx g \wedge f \cap g = f_{\emptyset}$.
- 2) $X = dom(f \cap g) \Leftrightarrow f \approx g \wedge f \cap g = f|X = g|X$.
- 3) $dom(f \cap g) \neq X \Leftrightarrow \neg(f \approx g) \wedge \{x|x \in X \wedge f(x) \neq g(x)\} \neq \emptyset$.

Литература

1. Пискунов А.Г. Формализация парадигмы объектно-ориентированного программирования / электронный ресурс [точка входа]: www.realcoding.net/dn/docs/machine.pdf.
2. Пискунов А. Г. Формализация ООП, типы, множества, классы / электронный ресурс [точка входа]: agp1.hx0.ru/articles/typeSetsClasses.pdf.
3. Abadi M., Cardelli L. A theory of objects (monographs in computer science) / Martin Abadi, Luca Cardelli // New York: Springer, 1996. – 397 p.
4. Буй Д.Б. Операции объединения и пересечения спецификаций классов в многосортной алгебраической системе для объектно-ориентированного программирования / Д.Б. Буй, С.В. Компан // Сборник научных трудов SWorld. Материалы международной научно-практической конференции «Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании'2012». – Вып. 4. Т. 3. – Одесса: КУПРИЕНКО, 2012. – ЦИТ: 412-1264 – С. 45-49.
5. Буй Д.Б. Властивості відношення конфінальності та устрій множини часткових функцій / Д.Б. Буй, Н.Д. Кахута // Вісник Київського університету. Сер.: фіз.-мат. науки. – 2006. – Вип. 2. – С. 125-135.

УДК 004.655

ДОДАТКОВІ ОПЕРАЦІЇ ТАБЛИЧНОЇ АЛГЕБРИ

І.М. Глушко

Традиційно вважається, що класична реляційна (таблична) алгебра лежить в основі більшості СУБД і мов запитів, які підтримують реляційну модель. Реляційна алгебра була розроблена Е. Коддом (E. Codd) [1] (1970 р.) у вигляді сукупності операторів над таблицями. Е. Кодд запропонував 8 операцій реляційної алгебри: традиційні операції над множинами (об'єднання, перетин, різниця) та спеціальні операції над таблицями (проекція, декартове з'єднання, з'єднання (theta-, equi-), ділення, селекція) [1]. Він також довів реляційну повноту цієї алгебри, вказавши алгоритм перетворення довільного виразу реляційного числення на кортежах (формальне визначення реляційного числення подане у цій же статті) на семантично еквівалентний алгебраїчний вираз [2]. Детальний опис реляційного числення зі змінними-кортежами Кодда можна знайти у [3].

Набір операцій реляційної алгебри, запропонований Е. Коддом, з часом був розширений відповідно до потреб мов запитів. Крім вказаних вище операцій до сигнатури реляційної алгебри зараз також відносять операції перейменування та активного доповнення [4, ст. 20-22, ст. 35-37; 5, ст. 33-34].

У ході розвитку комерційних реляційних СУБД виникла потреба у використанні агрегативних функцій, які дозволяють знаходити сумарні, середні, максимальні, мінімальні та інші значення елементів у стовпці таблиці. Так, Е. Клуґ (A. Klug) [6] (1982 р.) розширив реляційну алгебру

гебру та реляційне числення такими агрегатними функціями і показав еквівалентність отриманих при цьому двох формальних мов.

У статті [6] подано точні означення агрегатних функцій, які не використовують поняття «дублікати». Реляційна алгебра поповнена новою операцією агрегатного утворення (aggregate formation). Синтаксис реляційного числення порівняно з [2] модифіковано, а саме не дозволяються вирази, які будують відношення, що містять нескінченну кількість рядків. Показано, що набір запитів, які виразні в алгебрі, такий самий як і набір запитів, виразних у численні.

Грей П. (Gray P.) (1989 р.) демонструє можливості реляційної алгебри АСТРІД (ASTRID), яка є розширенням реляційної алгебри Кодда [7]. АСТРІД містить деякі додаткові операції: розширення (extend) та групування (group_by), які призначені для отримання обчислюваних даних. Так, результатом застосування операції розширення є нова таблиця, що містить додаткові стовпці, значення в яких обчислюються, виходячи із значень в передуючих стовпцях. Ці додаткові значення функціонально залежать від ключа вхідної таблиці, який стає ключем і результуючої таблиці. Синтаксис оператора розширення в алгебрі АСТРІД у термінах [7] має наступний вигляд:

`<таблиця> := <таблиця> extend_by [<список-присвоювань>]`
`<список-присвоювань> ::= <ім'я-атрибуту1)> := <вираз> | <список-присвоювань>`,

де ::=, |, [,] – метасимволи.

Операція group_by, за словами автора, поводить себе як проекція в поєднанні з розширенням. Грей П. описує виконання даної операції таким чином: по-перше, значення в заданих стовпцях розбиваються на підмножини, в яких співпадають між собою значення атрибутів із списку проекції; по-друге, здійснюється проекція таблиці на ці атрибути, причому для кожного рядка у результуючій таблиці обчислюється похідне значення за допомогою деякої вбудованої функції, що застосовується до відповідної підмножини. Отримана таблиця, як і при застосуванні операції розширення, матиме додатковий стовпець, який міститиме це обчислене значення. Синтаксис оператора групування в алгебрі АСТРІД наступний:

`<таблиця> := <таблиця> group_by [<список-імен-атр>`
`creating <список-присвоювань>]`
`<список-імен-атр> ::= <ім'я-атрибута> | <ім'я-атрибуту>, <список-імен-атр>`
`<список-присвоювань> ::= <ім'я-атрибуту> := <вираз> | <список-присвоювань>`.

Мова АСТРІД містить вбудовані функції COUNT, SUM, MAX, MIN та дві логічні функції ANY та ALL, які використовуються для формулювання запитів з кванторами. Вказано, що квантор загальності можна виразити, використовуючи вбудовану функцію ALL разом із групуванням або ж за допомогою операції різниці множин. Також описана велика кількість різних способів оптимізації виразів реляційної алгебри. Автор зазначає, що мова АСТРІД дає змогу сформулювати будь-який запит, виражений на SQL.

Методи формування запитів, які використовуються в реляційній алгебрі та реляційному численні, зовні виглядають по-різному. Грей П. у своїй книзі вивчає ці відмінності та розглядає декілька способів перетворення запитів з одного представлення в інше. Описано, як транслюються в реляційну алгебру вирази реляційного числення (як числення кортежів, так і числення на доменах) та як здійснюється зворотня трансляція. Показано, що еквівалентність реляційної алгебри та реляційного числення зберігається і тоді, коли до цих формалізмів додаються операції групування та розширення.

У книзі [8] (1989 р.) представлено 6 основних операцій реляційної алгебри, додаткові операції, які є похідними від основних, та операції, які дозволяють виразити спеціальні види запитів, їх автори називають – неалгебраїчними. Основні операції реляційної алгебри поділено на дві групи. До першої групи віднесено операції об'єднання, різниці та декартового з'єднання, до другої – реляційно-орієнтовані операції (проекція, селекція та з'єднання (natural, theta-)). Похідні алгебраїчні операції включають перетин, ділення, зовнішнє з'єднання та напівз'єднання (semijoin).

¹⁾ Замість терміну «ім'я атрибуту», на нашу думку, краще використовувати термін «атрибут» так само, як в [5].

Зупинимося більш детально на операції напівз'єднання \bowtie . Операція напівз'єднання двох таблиць R_1 та R_2 визначає таблицю R_3 ²⁾, яка має ті самі атрибути, що і таблиця R_1 та містить ті рядки таблиці R_1 , які входять у (природне за термінологією [5]) з'єднання таблиць R_1 та R_2 . Автори зазначають, що дану операцію також можна сформулювати за допомогою операцій проєкції та з'єднання: $R_1 \bowtie R_2 = \pi_{X_1}(R_1 \bowtie R_2)$, де X_1 – множина атрибутів таблиці R_1 .

До неалгебраїчних операцій належать доповнення, операція Split, операція агрегування та транзитивне замикання. Опишемо операцію Split. Автори вказують на те, що ця операція насправді не належить до операцій реляційної алгебри, оскільки, застосовуючи її до однієї таблиці, в результаті отримаємо дві таблиці. Одна з отриманих таблиць міститиме рядки, які задовольняють вказану умову, а друга – ті рядки, які цю умову не задовольняють.

Операції агрегування розглядаються як множинно-орієнтовані операції, що спочатку розбивають таблицю на підмножини відповідно до значень атрибуту (або множини атрибутів), потім виконують функціональні обчислення для кожної підмножини і, нарешті, будують результуючу таблицю, формуючи один рядок для кожної підмножини. Звернемо увагу, що ця схема обчислень використовується для запитів третього типу (з групуванням) мови SQL [5, ст. 180-188]. Зауважимо також, що для семантики таких конструкцій треба вводити до розгляду сукупності з повтореннями, тобто мультимножини.

Автори розглядають функцію $AGG(R; X; B)$, де AGG один із функціональних символів (AVG, MAX, MIN, COUNT, SUM), R – таблиця, X – множина атрибутів таблиці R і B – атрибут таблиці R . Значенням даної функції є таблиця $S(X, AGG_B)$ схеми $X \cup \{B\}$, кожен рядок якої складається із значень, які належать одній з підмножин значень групи атрибутів X та результату застосування агрегатної функції до відповідних значень атрибута B . Множина X може бути порожня, тоді результуюча таблиця – це таблиця з єдиним атрибутом B та єдиним рядком, який містить результат застосування агрегатної функції до значень атрибута B .

Ще однією неалгебраїчною операцією, яку розглядають G. Gardarin і P. Valduriez, є транзитивне замикання (transitive closure). В результаті застосування транзитивного замикання до таблиці R схеми $\{A_1, A_2\}$, де атрибути A_1, A_2 , мають однаковий домен (значень), отримаємо таблицю тієї самої схеми, що містить всі рядки таблиці R та всі рядки, послідовно виведені застосуванням властивості транзитивності (transitivity) до таблиці: якщо існують рядки $\langle A_1, a \rangle, \langle A_2, b \rangle$ та $\langle A_1, b \rangle, \langle A_2, c \rangle$, то маємо і рядок $\langle A_1, a \rangle, \langle A_2, c \rangle$. Автори вказують на невиразність транзитивного замикання в реляційній алгебрі та зазначають, що дана операція широко використовується в дедуктивних баз даних.

Гарантією операції виступає кортеж атрибутів $\langle A_1, A_2 \rangle$, бо порядок атрибутів суттєвий. Взагалі кажучи, формальне означення операції можна дати в такий спосіб. Нехай

$U = \{\langle r(A_1), r(A_2) \rangle \mid r \in R\}$ – бінарне відношення, а U^* – його транзитивне замикання в традиційному розумінні [9], наприклад, $U^* = \bigcup_{i=1,2,\dots} U^i$, де $U^1 = U$, $U^{i+1} = U \bullet U^i$, $i = 1, 2, \dots$, а \bullet – композиція відношень. Тоді для транзитивного замикання R^* маємо:

$R^* = \{r \mid \exists u_1, \exists u_2 (\langle u_1, u_2 \rangle \in U) \wedge r(A_1) = u_1 \wedge r(A_2) = u_2\}$. Задати R^* також можна через найменший розв'язок відповідного рівняння: $X = R \cup R \underset{r_1(A_2)=r_2(A_1)}{\otimes} X$ [10].

Операції транзитивного замикання також приділяє увагу Д. Мейєр (D. Maier) (1983 р.) [4]. Автор показує, що не існує виразу реляційної алгебри, який би описував транзитивне замикання таблиці, схема якої має два атрибути. Отже, визначення повноти реляційної алгебри можна оспорити, оскільки є принаймні одна операція над таблицями, що не виразна в реляційній алгебрі. Якщо говорити точно, то операцію транзитивного замикання не можна побудувати з сигнатурних операцій реляційної алгебри та селекторних функцій операцією суперпозиції в

²⁾ На відміну від [5], позначення якої в цій роботі будуть базовими, тут R_1, R_2, R_3 – таблиці (relations), а не схеми таблиць.

розумінні [11]. Цей результат залишається в силі, якщо дозволити користуватися константами [12].

Крім реляційної алгебри у книзі [4] розглянуто ще три системи запитів: реляційне числення кортежів, реляційне числення доменів та таблиць. Показано, що і числення кортежів, і числення доменів еквівалентні по виразній силі реляційній алгебрі. Для кожного з цих числень представлено дві інтерпретації: необмежену та обмежену, і введено клас «безпечних» виразів, для яких обидві інтерпретації співпадають. Автор зазначає, що таблиць запитів не володіють такою виразною силою як реляційна алгебра, проте вони можуть представити будь-який алгебраїчний вираз, що містить операції вибору по рівності, проекції і з'єднання, а також після виконання деяких розширень – і операції різниці та об'єднання. Таблиць запитів цікаві тим, що їх можна оптимізувати для зменшення до мінімуму кількості з'єднань у початковому алгебраїчному виразі.

В кінці 1990-х років К. Дейт (C.J. Date) та Х. Дарвен (H. Darwen) запропонували новий «мінімальний» варіант алгебри – Алгебра А. Базисом даної алгебри³⁾ є операції реляційного заперечення (доповнення), реляційної кон'юнкції (або диз'юнкції) та проекції (видалення атрибута). Реляційні аналоги логічних операцій визначаються в термінах відношень на основі звичайних теоретико-множинних операцій і дозволяють виражати операції перетину, декартового з'єднання, природного з'єднання, об'єднання відношень і т.д. Операції перейменування атрибутів, з'єднання загального вигляду, різниці відношень виражаються шляхом комбінування базових операцій.

Огляд Алгебри А. К. Дейта та Х. Дарвена здійснено С.Д. Кузнецовим у [13]. Автор математично строго описує базові операції даної алгебри: реляційне доповнення <NOT>, видалення атрибута <REMOVE>, перейменування атрибута <RENAME>, реляційна кон'юнкція <AND>, реляційна диз'юнкція <OR> та розглядає їх властивості. Для кожної операції приводяться таблиці з прикладами. Показано, що п'яти базових операцій Алгебри А достатньо, щоб виразити всі операції алгебри Кодда та продемонстровано, що число базових операцій можна скоротити до трьох: <sh> (або <pi>), <RENAME>, <REMOVE>, де <sh> – реляційний варіант штриха Шеффера, <pi> – реляційний варіант стрілки Пірса, а то й до двох, оскільки операція перейменування атрибута <RENAME> теж є надлишковою.

R. Elmasri та S. Navathe (2000 р.) виділяють типи запитів, які не можна виразити в традиційній реляційній алгебрі, і пропонують додаткові реляційні операції, що дозволяють їх виразити, та, як пишуть автори, збільшують виразну силу реляційної алгебри [14]. До даних запитів належать запити, які задають математичні агрегатні функції на наборах значень баз даних і запити, які передбачають групування рядків таблиці за значеннями деяких з її атрибутів та застосування агрегатної функції незалежно до кожної групи. Для задання цих типів запитів автори визначають операцію агрегатної функції (AGGREGATE FUNCTION operation): <grouping attributes> <function list> (R), де <grouping attributes> – список атрибутів таблиці R, за якими відбувається групування, <function list> – це список пар <function> <attribute>. Для кожної пари <function> – це одна з агрегатних функцій SUM, AVERAGE, MAXIMUM, MINIMUM, COUNT, а <attribute> – це атрибут таблиці R, до значень якого застосовується відповідна агрегатна функція. Подібне означення агрегатної функції можна знайти в [15] (2011 р.)

Ще один тип операцій, який взагалі не можна визначити в традиційній реляційній алгебрі і про який коротко згадується в [14] – рекурсивне замикання. У цій книзі на прикладі показано, як можна задати деякі види рекурсивних запитів. Операція, яка дозволяє обчислювати рекурсивні взаємозв'язки так довго, як продовжуватиметься рекурсія, має назву «транзитивне замикання». Дослідження рекурсивних запитів в SQL, виявлення структури таких запитів та задання їх семантики здійснено у [16].

Один із розділів книги [17] (2001 р.) присвячений різним операціям над таблицями, які реалізовані за допомогою реляційних операторів і розширень цих операторів, що є в мові SQL. Р. Райордан (R. Riordan) розглядає такі додаткові реляційні операції як агрегування (summarize) та розширення (extend). Операція агрегування повертає результати, що містять сумарні дані, згруповані за вказаним значенням атрибутів. Цю операцію автор реалізує за допомогою виразу

³⁾ Щоб не суперечити традиційній алгебраїчній термінології, краще було б говорити про базис сигнатури або про сигнатуру.

GROUP BY SQL-оператора SELECT. Розглянуто агрегатні функції AVERAGE, COUNT, SUM, MAXIMUM и MINIMUM. Операція розширення дозволяє створювати віртуальні атрибути, значення яких обчислюються на основі констант, збережених в базі даних, проте які не зберігаються (в базі даних) як певні значення, що записуються в файл бази даних на фізичному рівні.

Крім того, у книзі описано три додаткові оператори, які підтримуються продуктами Microsoft: TRANSFORM, ROLLUP і CUBE. Кожен з цих операторів являє собою окремих спосіб агрегування і представлення даних. Оператор TRANSFORM підтримується механізмом бази даних Microsoft Jet та використовується для створення перехресних запитів (crosstab query). Оператор ROLLUP – це логічне розширення операції GROUP BY, яке дозволяє отримати сумарні значення для груп або підгруп. Оператор CUBE концептуально схожий на ROLLUP, але на відміну від нього обчислює не тільки сумарні значення для кожного стовпця, що перераховані в списку атрибутів оператора GROUP BY, а і сумарні значення для додаткових груп. Оператор CUBE формує результуючий набір, який являє собою багатовимірний куб. При використанні умови GROUP BY з оператором CUBE потрібно враховувати наступні факти і норми [18]:

- якщо в умові GROUP BY є n стовпців або виразів, SQL Server в наборі результатів повертає $2^n - 1$ можливу комбінацію;
- значення NULL в наборі результатів указують, що ці особливі рядки створені в результаті роботи оператора CUBE.
- з оператором CUBE не можна використовувати ключове слово ALL.

Оператори ROLLUP та CUBE підтримуються SQL Server 6.5 (і вище). З даними операціями також можна познайомитися в [19].

До числа додаткових реляційних операцій Г. Гарсія-Моліна (H. Garcia-Molina) та ін. (2004 р.) відносять операції сортування, розширеної проєкції, групування, агрегування та операції зовнішніх з'єднань [20]. Дамо коротку характеристику даним операціям у термінах вказаного джерела. Оператори агрегування дозволяють обчислювати різні загальні показники, що стосуються вмісту того чи іншого стовпчика таблиці: суми (оператор SUM), мінімальні (оператор MIN), максимальні (оператор MAX) та середні значення (оператор AVERAGE), а також кількості рядків (оператор COUNT). Відзначено, що оператори агрегування не відносяться до компетенції реляційної алгебри як такої, але використовуються у контексті оператора групування.

Оператор групування $\gamma_L(R)$ поєднує в собі можливості групування та агрегування. Нижній індекс оператора γ задає список L елементів, кожен з яких є або одним з атрибутів таблиці R , до яких застосовується оператор γ (це, так звані, групуючі атрибути), або оператором агрегування, який застосовується до атрибутів таблиці. Алгоритм виконання оператора $\gamma_L(R)$ наступний:

1. Розбити множину рядків таблиці R на групи, кожна з яких включає всі рядки, що містять певні значення групуючих атрибутів із списку L . Якщо групуючі атрибути не задані, таблиця R розглядається як єдина група.
2. Для кожної групи створити по одному рядку, який містить:
 - a. значення групуючих атрибутів, що відповідають групі;
 - b. результати агрегування, обчислені за вказаними атрибутами всіх рядків групи, заданих у списку L .

Розглянемо оператор сортування. Оператор сортування $\tau_L(R)$, де R – деяка таблиця, а L – список атрибутів R , перетворює таблицю у список рядків, які впорядковані у відповідності з деяким критерієм. Результатом обчислення виразу $\tau_L(R)$ є та сама таблиця R , але її рядки впорядковані за допомогою списку L . Наприклад, якщо L – список атрибутів A_1, A_2, \dots, A_n , то рядки спочатку впорядковуються за значеннями атрибуту A_1 . Потім рядки, які мають однакові значення для атрибуту A_1 , впорядковуються, враховуючи значення атрибуту A_2 . Якщо існують рядки, у яких співпадають значення для атрибутів A_1 і A_2 , то вони сортуються за значеннями атрибуту A_3 і т.д. Після того як рядки, у яких співпадають значення для атрибутів

A_1, A_2, \dots, A_{n-1} , впорядковані за вмістом A_n , значення інших атрибутів до уваги не беруться. Таким чином, результатом виконання оператора сортування є список рядків, а не множина. Даний оператор також розглянутий у [5, ст. 159-165].

До додаткових операцій реляційної алгебри Г. Гарсія-Моліна та ін. також відносять операцію розширеної проєкції. Список L оператора розширеної проєкції $\pi_L(R)$ може містити не тільки атрибути таблиці R , а й вирази вигляду $x \rightarrow y$, що передбачають перейменування атрибута x таблиці R на y , або вирази вигляду $E \rightarrow z$, де E – вираз, що містить імена атрибутів таблиці R , константи і арифметичні та рядкові оператори, а z – нове ім'я атрибута, яке містить значення отримане, в результаті обчислення виразу E . Результатом застосування операції розширеної проєкції є таблиця з атрибутами, які згадуються в списку L (враховуючи варіанти їх перейменування). Автори зазначають, що рядки-дублікати, отримані внаслідок виконання операції розширеної проєкції, не вилучаються.

Дейт К.Дж. (2005 р.) розглядає декілька додаткових реляційних операцій – напівз'єднання (semijoin), напіввізниця (semiminus), розширення (extend), агрегування (summarize), а також описує операції групування (group), розгрупування (ungroup) та транзитивне замикання (tclose) [21]. Синтаксис виразів реляційної алгебри базується на використанні мови Tutorial D. Коротко опишемо згадані вище операції в термінах [21].

Операція напіввізниці між таблицями a і b (у вказаному порядку) a SEMIMINUS b визначена через операції різниці та напівз'єднання: a MINUS (a SEMIJOIN b), де MINUS – операція різниці двох таблиць однієї схеми. Отже, результуюча таблиця містить ті рядки таблиці a , які не входять у (природне) з'єднання таблиць a і b .

Операція EXTEND породжує таблицю, ідентичну заданій, якщо не враховувати того, що вона містить додатковий атрибут, значення якого отримані внаслідок деяких скалярних обчислень. Призначення операції розширення EXTEND полягає у підтримці обчислювальних можливостей реляційної алгебри.

Оператор агрегування дозволяє виконувати обчислення в межах значень атрибута таблиці по всіх рядках. До типових різновидів операції агрегування належать COUNT, SUM, AVG, MAX, MIN, ALL, ANY, COUNTD, SUMD і AVGD. Суфікс «D» в операціях COUNTD, SUMD і AVGD означає, що перед виконанням даної узагальненої операції потрібно видалити всі надлишкові значення, тобто значення, які повторюються (від англ. distinct – різний).

Транзитивним замиканням таблиці a називається таблиця a^+ тієї самої схеми, що є надмножиною таблиці a , тобто рядок $\{X, x \ Y, y\}$ з'являється у таблиці a^+ , якщо він належить таблиці a або існує така послідовність значень $z1, z2, \dots, zn$ типу T , що всі кортежі $\{X, x \ Y, z1\}$, $\{X, z1 \ Y, z2\}$, ..., $\{X, zn \ Y, y\}$ з'являються в a . Дана операція проаналізована раніше.

Оператори GROUP (групування) і UNGROUP (розгрупування) потрібні для прямого и оберненого перетворення таблиць, що містять атрибути, значеннями яких є таблиці, в таблиці, які їх не містять.

Автор підкреслює, що не всі використовувані операції примітивні. Наприклад, операція агрегування може бути змодельована за допомогою операції розширення.

Додаткові операції, запропоновані К.Дж. Дейтом, а саме, агрегування та розширення також описано у [22].

Як альтернативу реляційній алгебрі К.Дж. Дейт коротко розглядає реляційне числення. Синтаксис реляційного числення введено, взявши за зразок версію числення мови Tutorial D. На прикладі показано, як можна використовувати алгоритм редукції Кодда для перетворення довільного виразу реляційного числення в еквівалентний вираз реляційної алгебри. Також обговорюється, як можна розширити числення кортежів з метою підтримки обчислювальних можливостей, які в реляційній алгебрі забезпечуються операціями EXTEND і SUMMARIZE.

До додаткових операцій, розглянутих у [21], Х. Дарвен (2009 р.) додає дві нові: WRAP та UNWRAP [22]. Операція WRAP дозволяє об'єднати значення деяких атрибутів у кожному рядку таблиці та сформувати в результаті єдине значення з новим атрибутом (даний атрибут відмінний від атрибутів таблиці, до якої застосовується операція), яке саме по собі є самостійним рядком. Операція UNWRAP є оберненою до WRAP.

Різні варіанти операції з'єднання (Join) розглянуто у [23] (2006 р.): тета-з'єднання (theta-join), еквіз'єднання (equi-join), напівз'єднання (semi-join), природне з'єднання (natural join), природне напівз'єднання (natural semi-join) природне еквіз'єднання (natural equi-join). Також О.С. Марков та К.Ю. Лісовський пропонують до числа операцій реляційної алгебри відносити симетричну різницю (Symmetrical Difference). Дана операція визначається по аналогії з однойменною операцією в теорії множин, при цьому передбачається, що таблиці, до яких вона застосовується, мають однакові схеми.

У статтях [24] (2003 р.) та [25] (2004 р.) запропоновано нову агрегатну функцію LIST. Дана функція з'єднує значення одного або декількох атрибутів таблиці у єдине значення, яке буде списком цих значень, можливо впорядкованим. Автор визначає синтаксис та семантику функції LIST і показує, яким чином дана функція може бути корисною на практиці.

Бажання оперувати невизначеною та неповною інформацією в базах даних призвело до включення невизначених значень (null values) в реляційну модель і мови запитів. Null-значення – це, змістовно кажучи, не значення, а деякий маркер, який вказує на те, що значення невідоме. Вперше розширення реляційної алгебри на таблиці, які можуть містити невизначені значення, було запропоноване Е. Коддом [26]. Він також ввів тризначну логіку для роботи з невизначеними значеннями. Дана логіка має три значення істинності: істина (True), хиба (False) та невідомо (Unknown).

Зауважимо, що ця логіка є давно відомою сильною логікою Кліні, яка була вперше введена в теорії алгоритмів С.К. Кліні в монографії [27], див. також [28, 29])

Основні підходи до розширення реляційної моделі баз даних для маніпулювання неповними або неточними даними розглянуті та проаналізовані в оглядовій роботі [30] (1989 р.). У статті нараховується 48 джерел з даної теми. Огляд складається з двох частин, які відображають два напрями досліджень: дослідження баз даних з порожніми або невизначеними значеннями, коли повністю відсутня інформація про значення окремих атрибутів на деяких об'єктах, і вивчення баз даних з неповною, частковою або неточною інформацією про значення атрибутів на об'єктах, розробку способів представлення такої інформації в реляційних базах даних. У роботі проаналізовано підхід Е. Кодда щодо розширення реляційної алгебри, наведено переваги такого підходу та вказано ряд нерозв'язаних проблем, що приводять до некоректності розширеної алгебри. Подоланням даних проблем займалося багато авторів, їх підходи і розглянуто та описано в [30]. Зокрема відмічається, що для моделювання неповної та неточної інформації використовують ймовірнісний підхід та апарат теорії нечітких множин.

Питання про використання null-значень в теорії реляційних баз даних остаточно не розв'язане. Основоположник реляційного підходу Е. Кодд вважав null-значення невід'ємною частиною реляційної моделі. Так, до 12 канонічних правил, які має задовольняти кожна реляційна СУБД, він включив правило, що стосується використання саме Null: Systematic Treatment of Null Values – семантична обробка невизначених (Null) значень [31].

В той же час відомий популяризатор реляційного підходу в базах даних Дж.К. Дейт виступає проти використання null-значень, заявляючи, що «...неопределенные значения (NULL) и трехзначная логика являются ошибочными понятиями и им нет места в четких формальных системах, подобных реляционной модели» [21]. У книзі [21] автор робить спробу обґрунтувати свою думку про те, що поняття невизначених значень є помилковим та коротко описує альтернативний спосіб обробки відсутньої інформації з використанням спеціальних значень. Також розглянуто наслідки наявності невизначених значень в первинних і зовнішніх ключах та описано операції, які зустрічаються в контексті невизначених значень та тризначної логіки, а саме операції зовнішнього з'єднання (outer join).

Зауважимо, що спеціальне невизначене значення (Null) в реляційних базах даних принципово відрізняється від спеціального невизначеного значення (ω), яке використовується в методі нерухої точки (fix point method) для моделювання часткових функцій тотальними функціями на домені, поповненому спеціальним значенням ω [10, 32, 33]; відмітимо, що таке поповнення в свою чергу потрібне для задання денотаційної та операційної семантики рекурсивних програм [33].

Проявом зазначеної різниці є, наприклад, те, що тотальні функції, які моделюють часткові функції, завжди зберігають спеціальне значення, а операції кон'юнкції та диз'юнкції сильною

тризначної логіки Кліні – не зберігають (зокрема, $Unknown \vee True = True$, $Unknown \wedge False = False$).

Зупинимось більш детально на операціях зовнішнього з'єднання. Вперше термін і концепцію зовнішнього з'єднання ввів у 1971 р. І. Heath. На думку Е. Кодда [34] (1990 р.) операції зовнішнього з'єднання є невід'ємною частиною реляційної моделі. Розглядають три види операцій зовнішнього з'єднання: ліве зовнішнє з'єднання (left outer join), праве зовнішнє з'єднання (right outer join) та повне зовнішнє з'єднання (full outer join) [5, 8, 14, 15, 17, 20, 34]. Операції зовнішнього з'єднання призначені для врахування тих рядків таблиць-аргументів, які не потрапили в результат вихідного звичайного (внутрішнього) з'єднання. При цьому для розширення рядків до надсхеми використовуються саме значення Null.

Операція лівого (правого) зовнішнього з'єднання приведе до таблиці, у якій будуть присутні всі рядки з таблиці, що знаходиться зліва (справа) від оператора зовнішнього з'єднання, а для позначення відсутніх значень буде використовуватися значення Null. Таблиця-результат операції повного зовнішнього з'єднання міститиме рядки з обох таблиць, а для позначення значень рядків, які не ввійшли в результат внутрішнього з'єднання, використовуватиметься значення Null.

У книзі [34] автор описує три види операцій зовнішнього з'єднання: зовнішні екві-з'єднання (outer equi-join), зовнішні природні з'єднання (outer natural join) та зовнішні T-з'єднання (outer T-join). На прикладі показано, чим зовнішні природні з'єднання відрізняються від зовнішніх екві-з'єднань. Кодд Е. вказує на те, що операцію внутрішнього природного з'єднання (inner natural join) можна виразити через операції проєкції та внутрішнього екві-з'єднання (inner equi-join), в той час, як для операцій зовнішнього екві-з'єднання та зовнішнього природного з'єднання таке представлення не має місця. Пояснено зв'язок між внутрішнім (inner) та зовнішнім екві-з'єднаннями.

Свій погляд на невизначені значення та неповну інформацію в базах даних пропонує Д. Мейер [4]. У його книзі розглянуто та проаналізовано підходи Е. Кодда, М. Лакруа (М. Lacroix) з А. Піроттом (А. Pirotte) та К. Заніоло (С. Zaniolo) щодо узагальнення операції з'єднання. Автор, зокрема, на контрприкладі показує, що всі запропоновані операції неасоціативні.

Операції зовнішнього з'єднання володіють декількома «неприємними властивостями» [35] (2001 р.). Наприклад,

1. Зовнішнє Θ -з'єднання не є селекцією від результату декартового добутку⁴.
2. Селекція не поширюється на результати операції зовнішнього Θ -з'єднання.
3. У тризначній логіці вираз $A \leq B$ – не те саме, що вираз $A < B$ OR $A = B$ (в контексті зовнішнього з'єднання).
4. У тризначній логіці операції Θ -порівняння не транзитивні.
5. Зовнішнє природне з'єднання не є проєкцією внутрішнього з'єднання за еквівалентністю.

Крім зовнішніх з'єднань деякі автори виділяють «зовнішні» версії інших операторів реляційної алгебри, зокрема об'єднання, перетину та різниці [14, 34]. Elmasri R. та Navathe S. описують операцію зовнішнього об'єднання (outer union) таблиць [14]. Операція використовується для об'єднання рядків двох таблиць, схеми яких різні. Дані таблиці повинні бути частково сумісні по об'єднанню, тобто деякі атрибути мають бути однакові для обох таблиць. Передбачається, що список однакових атрибутів містить ключ для обох таблиць. Рядки, які мають той самий ключ у вихідних таблицях, представлені у результуючій таблиці лише один раз і мають значення для кожного атрибута. Атрибути, які є різними для даних таблиць, теж входять до схеми, а рядки, що не мають значення для цих атрибутів, поповнюються значенням Null.

У книзі, як приклад, розглянуто зовнішнє об'єднання двох таблиць: STUDENT(Name, SSN, Department, Advisor) і FACULTY(Name, SSN, Department, Rank). У результаті отримуємо таблицю R(Name, SSN, Department, Advisor, Rank), в яку включені всі рядки обох таблиць. Рядки таблиці STUDENT матимуть значення Null для атрибута Rank, а рядки таблиці FACULTY матимуть значення Null для атрибута Advisor. Рядок, який в обох таблицях має однакові зна-

⁴ Краще казати про декартове з'єднання.

чення для атрибутів Name, SSN, Department, матиме значення для всіх атрибутів, тобто для атрибутів Name, SSN, Department, Advisor, Rank.

Кодд Е. [34] крім операції зовнішнього об'єднання, задає також операції зовнішнього перетину (outer set intersection) та зовнішньої різниці (outer set difference). При цьому вводиться поняття, яке є більш загальним за поняття рівності рядків – поняття близького аналога (close counterpart). Рядок таблиці S є близьким аналогом рядка таблиці T , якщо виконуються ви⁵⁾:

- таблиці S і T мають однакові первинні ключі;
- два рядки (один з S , а інший з T) мають рівні значення первинного ключа;
- попарна рівність відомих значень зберігається для тих атрибутів таблиці S , що відповідають атрибутам таблиці T .

Перед тим, як застосовувати зовнішні теоретико-множинні операції, потрібно таблиці-аргументи зробити сумісними за об'єднанням. Для цього Е. Кодд задає операцію **extend**, яка кардинально відрізняється від операції розширення, описаної у попередньому підрозділі. Після застосування даної операції до кожної з таблиць їх схеми поповнюються відсутніми атрибутами, а значеннями даних атрибутів є значення Null.

Для конкретики пишемо кожну зовнішню теоретико-множинну операцію в термінах [34].

Зовнішнє об'єднання $S \setminus \cup / T$ таблиці S з таблицею T здійснюється в три кроки:

1. формуємо множину $St = S \text{ per } T$,
2. формуємо множину $Ts = T \text{ per } S$, де **per** позначає операцію **extend**,
3. формуємо множину $S \setminus \cup / T = St \cup Ts$.

Зовнішня різниця $S \setminus - / T$ між таблицями S та T здійснюється в чотири кроки:

1. формуємо множину $St = S \text{ per } T$,
2. формуємо множину $Ts = T \text{ per } S$, де **per**, як і раніше, позначає операцію **extend**,
3. формуємо множину semi-equi-join $U = St[sem =]Ts$,
4. формуємо множину $S \setminus - / T = St - U$, де $sem = -$ це операція напівз'єднання semi-equi-join, описана вище.

Зовнішній перетин $S \setminus \cap / T$ таблиць S і T передбачає п'ять кроків:

1. формуємо множину $St = S \text{ per } T$,
2. формуємо множину $Ts = T \text{ per } S$, де **per** позначає операцію **extend**,
3. формуємо множину $U = St[sem =]Ts$,
4. формуємо множину $V = Ts[sem =]St$, де $sem = -$ операція semi-equi-join, як і раніше,
5. формуємо множину $S \setminus \cap / T = U \cap V$.

Для виключення дублікатів рядків використовується поняття близького аналога.

Показано, що операції зовнішнього об'єднання та зовнішнього перетину комутативні на відміну від операції зовнішньої різниці.

Встановлено зв'язок між зовнішніми множинними операціями: $S \setminus \cup / T = (S \setminus - / T) \cup (S \setminus \cap / T) \cup (T \setminus - / S)$ ⁶⁾.

Як зазначалося Е. Круг поповнив реляційну алгебру та реляційне числення агрегатними функціями і показав еквівалентність отриманих при цьому двох формальних мов [6]. Проте він не розглядав випадок, коли агрегатна функція як результат може мати значення Null. Цій проблемі та проблемі еквівалентності реляційної алгебри та реляційного числення, які поповнені Null-значеннями, присвячена стаття [36].

Günter von Bülzingsloewen поповнює реляційне числення, переставлене Е. Кругом, двома логічними зв'язками \top і \perp , які відображають істинісне значення UNKNOWN у TRUE та FALSE відповідно. Множина $\Theta = \{=, \neq, <, \leq, >, \geq\}$ оператора порівняння θ доповнена спеціальним оператором \equiv , який дає TRUE, якщо значення, що порівнюються, ідентичні у звичайному сенсі або обидва ω , і FALSE в інших випадках⁷⁾. Інші оператори дають UNKNOWN, якщо хоч

⁵⁾ По суті вводиться бінарне відношення на декартовому добутку таблиць $S \times T$.

⁶⁾ Це співвідношення – відома теоретико-множинна рівність $A \cup B = (A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (B \setminus A)$.

⁷⁾ Отже, по суті йдеться про сильну рівність Кліні або узагальнену рівність \simeq (див., наприклад, [37]).

одне із значень рівне ω , TRUE, якщо всі значення істинні і FALSE, якщо всі значення хибні. Реляційна алгебра теж розширена Null-значеннями. Проказана еквівалентність розширених таким чином реляційної алгебри та реляційного числення.

Отже, у даній статті розглянуто додаткові операції, що розширюють можливості табличної алгебри і проаналізовано питання використання null-значень в табличних базах даних.

Література

1. Codd E.F. A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks / E.F. Codd // Comm. of ACM. – 1970.– 13, № 6. – P. 377-387.
2. Codd E.F. Relational Completeness of Data Base Sublanguages / Codd E.F. // Data Base Systems. – New York: Prentice-Hall. – 1972. – P. 65-93.
3. Пасічник В.В. Організація баз даних та знань / В.В. Пасічник, В.А. Резніченко. – Київ: Видавнична група ВНУ, 2006. – 384 с.
4. Мейер Д. Теория реляционных баз данных: [пер. с англ.] / Д. Мейер. – Москва: Мир, 1987. – 608 с.
5. Реляційні бази даних: табличні алгебри та SQL-подібні мови / В.Н. Редько, Ю.Й. Брона, Д.Б. Буй, С.А. Поляков. – Київ: Видавничий дім "Академперіодика", 2001. – 198 с.
6. Klug A. Equivalence of Relational Algebra and Relational Calculus Query Languages Having Aggregate Functions / A. Klug // J. ACM 29. – July 1982. – № 3. – P. 699-717.
7. Грей П. Логика, алгебра и базы данных: [пер. с англ.] / П. Грей. – Москва: Машиностроение, 1989. – 368 с.
8. Gardarin G. Relational Databases and Knowledge Bases / G. Gardarin, P. Valduriez. – Addison-Wesley, 1989. – 448 p.
9. Риге Ж. Бинарные отношения, замыкания, соответствия Галуа / Ж. Риге // Киб. сб.: С. переводов. – М.: Иностран. лит-ра, 1963. – Вып. 7. – С. 129-185.
10. Буй Д.Б. Теорія програмних алгебр композиційного типу та її застосування: дисертація доктора фізико-математичних наук: 01.05.03 – математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем / Д.Б. Буй. – Київ, 2002. – 365 с.
11. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции / А.И. Мальцев. – М.: Наука, 1986. – 368 с.
12. Буй Д.Б. Рівномірна неперервність сигнатурних операцій табличних алгебр / Д.Б. Буй, Ю.Й. Брона, Н.Д. Кахута // Вісник КНУ. Dynamic system modeling and stability investigation. Thesis of conference reports. – Київ. – 2005. – С. 31.
13. Кузнецов С.Д. Основы баз данных: [2-е изд.] / С.Д. Кузнецов. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 484 с.
14. Elmasri R. Fundamental of Database Systems: [3rd Edition] / R. Elmasri, S. Navathe. – Addison-Wesley, 2000. – 893 p.
15. Silbeschatz A. Database System Concepts: [6th Edition] / A. Silbeschatz, H. Korth, S. Sudarshan. – McGraw-Hill, 2011. – 1376 p.
16. Буй Д.Б. Композиційна семантика рекурсивних запитів в SQL-подібних мовах / Д. Б. Буй, С. А. Поляков // Вісник Київського університету. Сер. фіз.-мат. науки. – 2010. – Вип. 1. – С. 45-56.
17. Райордан Р. Основы реляционных баз данных: [пер. с англ.] / Р. Райордан. – Москва: Издательско-торговый дом "Русская Редакция", 2001. – 384 с.
18. Применение условия GROUP BY с оператором CUBE [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://sqlonline.ru/?p=8>.
19. Celko J. Analytics and OLAP in SQL / J. Celko. – Morgan Kaufmann, 2006. – 208 p.
20. Гарсиа-Молина Г. Системы баз данных: [полный курс: пер. с англ.] / Г. Гарсиа-Молина, Дж. Ульман, Дж. Уидом. – Москва: "Вильямс", 2004. – 1088 с.
21. Дейт К.Дж. Введение в системы баз данных: [8-е изд.: пер. с англ.] / К.Дж. Дейт. – Москва: Издательский дом "Вильямс", 2005. – 1328 с.
22. Darwen H. An Introduction to Relational Database Theory / H. Darwen. – Ventus Publishing Aps, 2009. – 231 p.

23. Марков А.С. Базы данных. Введение в теорию и методологию / А.С. Марков, К.Ю. Лисовский. – Москва: Финансы и статистика, 2006. – 512 с.
24. Litwin W. The LIST Aggregate Function for Relational Databases [Электронный ресурс] / W. Litwin // CERIA Research Report, June 9, 2003. – Режим доступа: <http://www.lamsade.dauphine.fr/~litwin/LIST-Aggregate%20Function4.pdf>.
25. Litwin W. Explicit and Implicit LIST Aggregate Function for Relational Databases [Электронный ресурс] / W. Litwin // Proceedings of IASTED International Conference DATABASES and APPLICATIONS, February 17-19, 2004, Innsbruck, Austria. – Режим доступа: <http://ebookbrowse.com/list-aggregate-function2-impl-iasted-post-pdf-d301906851>.
26. Codd E.F. Extending the Database Relational Model to Capture more Meaning / E.F. Codd // ACM Transactions on Database Systems. – 1979. – Vol. 4, № 4. – P. 397-434.
27. Клини С.К. Введение в метаматематику: [пер. с англ.] / С.К. Клини – М.: Издательство Иностранной литературы, 1957. – 526 с.
28. Буй Д. Трехзначные логики Клини и трехэлементные цепи / Д. Буй, Е. Шишацкая // International Book Series "Information Science & Computing" N.1. Supplement to the International Journal "Information Technologies & Knowledge". – 2008. – V.2. – P.165-172.
29. Буй Д.Б. Три замечания о трехзначной логике Клини / Д.Б. Буй, С.А. Поляков, Е.В. Шишацкая // The Fourth International Conference "Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development" (TAAPSD'2007, Ukraine, Berdysk, September 4-9, 2007). — Київ: Пульсари, 2007. – С. 47-51.
30. Брона И.И. Реляционные базы данных с неполными и неточными значениями (аналитический обзор) / И.И. Брона, Т.А. Малюта, В.В. Пасичник. – Новосибирск, 1989. – 53 с.
31. Грошев А.С. Базы данных: Учебное пособие. – Архангельск: Изд-во Арханг. гос. техн. ун-та, 2005. – 124 с.
32. Davey B.A. Introduction to Lattice and Order / B.A. Davey, H.A. Priestly. – Cambridge: Cambridge University Press, 1990. – 248 p.
33. Манна З. Теория неподвижной точки программ / З. Манна // Киб. сб. Нов. сер. – М.: Мир, 1978. – Вып. 15. – С. 38-100.
34. Codd E. F. The Relational Model for Database Management: Version 2 / E. F. Codd. – Addison-Wesley, 1990. – 541 p.
35. Дейт К.Дж. Введение в системы баз данных: [7-е изд.: пер. с англ.] / К.Дж. Дейт. – Москва: Издательский дом "Вильямс", 2001. – 1072 с.
36. G. von Bülzingsloewen. Translating and Optimizing SQL Queries Having Aggregates / Günter von Bülzingsloewen // Proceedings of the 13th VLDB Conference, Brighton, 1987. – P. 235-243.
37. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций / Н. Катленд. – Москва: Мир, 1983. – 256 с.

УДК 004.4

РОЗРОБКА КОМП'ЮТЕРНИХ ІГОР

Є.Б. Біловол, І.М. Глушко

Кількість любителів комп'ютерних ігор у сучасному світі постійно зростає. Кожен з них після роботи чи навчання живе у зручному для нього царстві ілюзій. Бажаючи втекти від нудного світу, гравець занурюється в альтернативну реальність, де все більш яскраве та цікаве: є можливість панувати у добре відомому і незмінному світі літературних творів та фільмів, проживати життя видатних історичних персонажів, мати змогу змінити сюжет та хід історії.

Комп'ютерна гра є елементом індустрії розваги для сучасної масової культури. В компетенцію сучасного творця ігор входять досить небезпечні знання: як принести гравцю задоволення, як його налякати або обдурити, створивши потрібний візуальний ефект.

Історія виникнення комп'ютерних ігор

Існуючи вже досить давно, комп'ютерна гра стала найпопулярнішим видом пасивного відпочинку. Першою відеоігрою вважають американську гру «Cathode ray tube Amusement

Device», патент на яку 14 грудня 1948 року отримали Thomas T. Goldsmith Jr (Томас Голдсміт Молодший) та Estle Ray Mann (Істл Рей Менн). Дана гра мала аналоговий пристрій, який дозволяв керувати векторною цяткою на екрані, симулюючи політ ракети у ціль. Поштовхом до виникнення індустрії відеоігор стала висока популярність спочатку аркадної (1972 р.), а потім і домашньої відеогри Pong (1975р.). Її комерційний успіх призвів до появи великої кількості клонів від інших компаній.

У 1972 році з'явилася перша домашня гральна консоль⁸ Magnavox Odyssey, яка підключалася до звичайного телевізора. Її ціна склала \$99,95. Вона не мала ні процесора, ні мікросхем. Ігри зберігалися на спеціальних картах.

Перші покоління гральних приставок були орієнтовані на використання телевізора як основного пристрою відображення. У нових поколіннях ігрових консолей деякі приставки дозволяють підключення клавіатури та інших периферійних пристроїв комп'ютера, запуск операційної системи тощо. На сьогодні існує 8 поколінь ігрових консолей. Їх порівняльний аналіз проведено у роботі [1].

Основну функціональність в іграх зазвичай забезпечує ігровий рушій. Ігровий рушій (англ. Game engine) – це набір функцій або класів, які надають розробнику можливість створювати ігровий світ [2]. Рушій забезпечує та спрощує розробку гри і дає можливість запускатися їй на декількох платформах. Він передбачає цілий комплекс прикладних програм, що містить візуалізатор для 2D або 3D графіки, фізичний рушій, звук, систему скриптів, анімацію, штучний інтелект, мережевий код, управління пам'яттю, графічні сцени і т.д. Зрозуміло, один і той же рушій можна використовувати для створення різних ігор.

Першим в світі повністю тривимірним ігровим рушієм вважається Quake engine, розроблений Джоном Кармаком у 1996 році в компанії id Software. У 1999 вихідний код цього рушія став відкритим і його ліцензія змінилася на умовно-безкоштовну.

Жанри комп'ютерних ігор. В умовах стрімкого розвитку науки і техніки виникає потреба розробки нових методів і технологій, які сприяють активізації розумових здібностей учнів у процесі здобуття нових знань. Ігрова індустрія звертає увагу як на розробку ігрових програм, що стимулюють розумовий розвиток, такі розважальних ігрових програм.

Є різні класифікації комп'ютерних ігор [1]:

- 1) за жанрами;
- 2) за ігровими платформами;
- 3) за кількістю гравців:
 - а однокористувацькі;
 - б багатокористувацькі ігри:
 - ігри локальних мереж;
 - ігри глобальних мереж;
- 4) за умовами розповсюдження:
 - а shareware (умовно безкоштовні);
 - б freeware (безкоштовні);
- 5) за видом поставки:
 - а на оптичному носії,
 - б коробочна версія,
 - в спеціальні редакції,
 - г доповнення,
 - д антологія тощо.

Розглянемо класифікацію за жанрами. Жанр відеогри залежить від її мети та не залежить від сценарію або змісту ігрового світу. У сучасних іграх часто змішано декілька жанрів, тому в різних джерелах одну й ту саму відеогру можуть відносити до різних жанрів. Основними жанрами є [3]:

• Пригодницькі ігри, або квести. В іграх цього жанру, зазвичай, присутній лінійний сюжет. Гравець управляє персонажем, який рухається по сюжету, взаємодіє із навколишнім світом

⁸ Ігрова консоль – це вузько спеціалізований електронний пристрій, призначений для підтримки відеоігор [1].

в рамках певної історії та виконує зумовлені сценарієм завдання для досягнення певної наперед визначеної мети.

- RPG (Role playing game) – рольова гра. Мета ігрового процесу полягає у виконанні різноманітних завдань та розвитку ігрового персонажу. Значна увага приділяється покращенню умінь і навичок героя, яким керує гравець, діалогам з іншими персонажами та стратегії сутичок. Розвиток сюжету досить часто залежить від гравця.

- Головоломки або логічні ігри. До даної групи відносять ігри з картами і словами, настільні ігри (шахмати, шашки, нарди, маджонг тощо) та такі найпростіші ігри, як тетріс і Bust-A-Move.

- Спортивні ігри – це симулятори різних спортивних ігор, як одиночних, так і командних. Гра відбувається від учасника або тренера. При створенні спортивних симуляторів важливими є реалізм та швидкість реакції і тактика.

- Симулятори – це ігри, призначені для імітації деякого об'єкту або процесу. Вони відображають певні реальні явища та фізичні властивості у віртуальному середовищі. Звичайні симулятори – це тривимірні ігри від першої особи, що імітують різні види техніки: літаки, танки, вертольоти або підводні човни. Є також ігри, що імітують світ тварин.

- Strategy– стратегії. Сенс гри полягає в плануванні та виробленні певної стратегії для досягнення якоїсь конкретної мети, наприклад, перемоги у військовій операції. Розрізняють покрокові стратегічні ігри, в яких гравці по черзі роблять ходи, і стратегічні ігри в реальному часі (RTS – Real-time strategy), в яких всі гравці виконують свої дії одночасно.

- Action – екшн. В іграх такого жанру необхідно використовувати рефлексивні та швидкі реакції для подолання певних перешкод. Як правило, екшн-ігри пов'язані із битвами.

Цей список жанрів не можна вважати повним, оскільки індустрія відеоігор активно розвивається і жанри постійно оновлюються.

UnrealEngine. У 1998 році взяла свій початок легендарна серія ігор Unreal, яка дала поштовх створенню серій ігрових рушіїв від компанії Epic Games – Unreal Engine (UE) [4]. Хоча даний рушій більше пристосований для шутерів від першої особи⁹, його також можна використовувати і при створенні ігор інших жанрів. UE дозволяє створювати ігри для більшості платформ: Microsoft Windows, Linux, Mac OS і Mac OS X, консолей Xbox, Xbox 360, PlayStation 2, PlayStation Portable, PlayStation 3, Wii, Dreamcast і Nintendo GameCube.

Спрощення логічного програмування в UE відбувається за рахунок модульної системи компонентів. Підтримуються різні системи візуалізації (Direct3D, OpenGL, GlideAPI, S3Metal, PowerVR SGL), відтворення звуку (EAX, OpenAL, DirectSound3D), засоби голосового відтворення тексту та розпізнавання мови (тільки для Xbox360, PlayStation 3, NintendoWii і Microsoft Windows, також планувалося для Linux і Mac), є модулі для роботи з мережею і підтримка різних пристроїв введення.

До найпопулярніших версій UE належать:

- Unreal Engine 1 (1998 р.). Рушій підтримував дві платформи: IBM PC (Windows) і Macintosh. Завдяки модульній системі також був успішно використаний на платформах GameCube, PlayStation 2 і Xbox. Unreal Engine 1 поєднував графічний рушій, фізичний рушій, штучний інтелект, керування файловою і мережевою системами та середовище розробки для ігор – UnrealEd.
- Unreal Engine 1.5 (1999р). Це покращена версія Unreal Engine1, призначена для сучасних (на той час) комп'ютерів і консолей Dreamcast і PlayStation 2. З'явилася підтримка лицєвої анімації, максимальна роздільна здатність була збільшена до 1024×1024 пікселів, інтегрована нова версія редактора – UnrealEd 2.

⁹ Шутер від першої особи – це жанр відеоігор, в якому ігровий процес передбачає битви з використанням вогнепальної та металевих зброї, причому гравець сприймає події очима головного героя.

- Unreal Engine 2 (2002 р.). У цій версії практично повністю переписані ядро і механізм візуалізації, інтегрована третя версія редактора UnrealEd.
- Unreal Engine 2.5 (2004 р.). Поліпшено і оптимізовано графічний рушій, роздільна здатність текстур збільшена до 4096×4096 пікселів, з'явилася можливість відтворення відео у форматах DivX і Bink.
- Unreal Engine 2X. Це спеціально розроблена версія для консолі Xbox.
- Unreal Engine 3. Дана версія розрахована на консолі Xbox 360 і Play Station 3 та містить зокрема такі нововведення: підтримка DirectX 10 і OpenGL 3.0, динамічні тіні, інтегровано фізичний рушій PhysX, оновлено редактор UnrealEd. Це ще одна версія, яка наблизила ігрові рушії до таких якими ми їх знаємо сьогодні. Слід зазначити, що Unreal Engine 3 збільшила кількість гравців на сервері та покращила графічні можливості гри, що вивело ігрову індустрію на новий рівень. Але на нашу думку, дана версія не стала переломною в ігровій індустрії, адже погнавшись за яскравими ефектами і реалістичністю розробники залишили без уваги програмні можливості, які реалізували в наступних версіях.
- Unreal Engine 3.5 (2010 р.). Одним з основних нововведень є система розрахунків освітлення Unreal Lightmass. Крім того, збільшена кількість персонажів у кадрі.
- Unreal Engine 4 знаходиться в розробці і його цільовими платформами є персональні комп'ютери та консолі 8-го покоління. Epic Games періодично публікує нові відео з серії Inside Unreal, в яких знайомить з можливостями нового рушія.

Загалом версії рушіїв UE використані при розробці великої кількості ігор та набули значної популярності.

Література

1. Бевз С.В., Савальчук Т.В., Слюсар А.М. Класифікація та порівняльний аналіз засобів реалізації сучасних ігрових програм // Вісник Хмельницького національного університету. – №3. – 2011. – 238-242 с.
2. Фленов М.Е. Искусство программирования игр на C++. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 256 с.
3. Зальцман М. Компьютерные игры: как это делается. Секреты ведущих мировых разработчиков. – М.: Логрус.РУ, 2000. – 521 с.
4. Unreal Engine [офіційний сайт]. Спосіб доступу: [<http://www.unrealengine.com/udk/>]

УДК 004.7

ПОШУКОВІ СИСТЕМИ ВСЕСВІТНЬОЇ МЕРЕЖІ

К.М. Євтушенко, Е.О. Чернишова

У глобальній мережі Інтернет можна знайти інформацію з будь-якої теми, що цікавить пересічного користувача. Але найважче в роботі з мережею Інтернет – знайти потрібну інформацію. Оскільки Інтернет не має чіткої централізованої структури, розвивається хаотично, і в світі з'являються все нові й нові сервери, питання правильного та зручного пошуку інформації стають дуже актуальними.

У найпростішому випадку шукати потрібну інформацію можна користуючись гіперпосиланнями. Таким чином ви нескінченно довго будете подорожувати в інформаційному просторі мережі, переходячи від однієї Web-сторінки до іншої, але якщо врахувати, що в світі створені мільйони Web-сторінок, то знайти на них потрібну інформацію таким способом навряд чи вдасться. В цьому випадку на допомогу приходять спеціальні пошукові сервери.

Пошукові системи значно полегшують роботу в Інтернеті і допомагають швидко знайти потрібну інформацію у величезному масиві серверів Інтернет (WWW, FTP, Usenet та інших ресурсах). Кожна з пошукових систем має якісь свої переваги і недоліки, які визначаються принципом роботи пошукової машини, зручністю використання, її оформленням, складністю мови запитів, наявністю різних розширених функцій (управління форматом і ранжируванням виве-

деної інформації, виправлення орфографічних помилок і помилковою розкладки клавіатури при введенні ключових слів, переклад сторінки на інші мови тощо), швидкістю роботи, та іншими параметрами. Вибір пошукової системи в кожному випадку визначається як власними уподобаннями, так і метою пошуку, характером шуканої інформації, бажаним форматом виведених даних, тощо [1].

За принципом дії пошукові сервери поділяються на пошукові каталоги і пошукові індекси.

Пошукові каталоги дозволяють здійснювати тематичний пошук. Початкова сторінка таких серверів є тематичним рубрикатором верхнього рівня. Вибравши рубрику, підрубрику і т.д., можна поступово опускати до переліку матеріалів, які присвячені досить вузькій темі. Перевагою каталогів є простота пошуку інформації, а недоліком - те, що не всі адреси можуть потрапити в каталог. Прикладами пошукових каталогів є Yahoo!, List.ru, Russian On the Net, тощо.

Пошукові індекси дозволяють здійснювати пошук інформації за ключовими словами. Пошукові машини періодично сканують весь простір мережі і заносять відомості до бази даних у вигляді індексу. Індекс містить короткі відомості про вміст Web-сторінки. Головна перевага - доступ до будь-якого ресурсу мережі, а не тільки до сайтів, зареєстрованих в каталогах. Прикладами пошукових систем, що ведуть пошук за допомогою індексів є: Google, Yandex, Rambler, тощо.

Багато інформаційно-пошукових систем є одночасно і пошуковими каталогами, і пошуковими індексами. Багато пошукових систем перетворилися в Інтернет-портали, що поєднують у собі велику кількість ресурсів і сервісів. На сторінках таких порталів можна прочитати новини, ознайомитися з програмою телепередач, дізнатися про погоду, курси валют, скористатися картографічним сервісом. Треба відмітити, що пошукові системи часто називають пошуковими машинами або машинами пошуку.

Останнім часом все частіше можна зустріти спеціалізовані пошукові системи. Головною їх перевагою є те, що якщо ви шукаєте інформацію по якійсь вузькій темі, видача, яку ви отримаєте в результаті вашого запиту, буде набагато більш чистою - вам не доведеться відсівати десятки, а то й сотні посилань рекламного характеру й іншого сміття. Саме тому, коли потрібно знайти щось специфічне (наприклад музику, книги, інформацію про товар) бажано користуватися саме спеціалізованими пошуковими системами. Наведемо декілька прикладів таких систем:

filesearch.ru – шукає файли на FTP-серверах за іменами самих файлів и каталогів. Якщо ви шукаєте, наприклад, якусь програму, то на WWW-серверах ви швидше знайдете її опис, а з FTP-серверів можна скачати її до себе.

scholar.google.com.ua – пошукова система по науковій літературі. Включає статті великих наукових видавництв, архіви препринтів, публікації на сайтах університетів, наукових товариств та інших наукових організацій. Розраховує індекс цитування публікацій і дозволяє знаходити статті, що містять посилання на ті, що вже знайдені.

ScienceResearch.com – пошукова система, розроблена для одночасного пошуку наукових статей в журналах найбільших видавництв (Elsevier, Highwire, IEEE, Nature, Taylor and Francis тощо) і у відкритих базах даних (Directory of Open Access Journals, Library of Congress Online Catalog, Science.gov і Scientific News). Повні тексти статей з журналів доступні тільки для передплатників або за окрему плату.

www.scirus.com – пошукова система, розроблена для пошуку наукової інформації у наукових журналах, персональних сторінках вчених, університетів і дослідницьких центрів. Повні тексти статей з журналів доступні тільки для передплатників.

www.visualworld.ru – російська візуальна асоціативна пошукова система. Система VisualWorld шукає не факти присутності окремих ключових слів на веб-сторінках, а сторінки, що максимально точно описують те, що міститься у запиті. Після введення першого ключового слова система починає пропонувати користувачу варіанти продовження запиту, підбираючи слова-асоціації. Для кожної сторінки система намагається продемонструвати її структуру у вигляді схеми семантичних зв'язків між ключовими словами і видавати ключові речення в якості анотації.

www.poiskknig.ru – пошукова машина електронних книг, що вільно розповсюджуються в Інтернеті. Головним пріоритетом є освітня література, що є базисом наукового і технічного знання. Даний сервіс можна використовувати і для того, щоб просто з'ясувати чи була переведена шукана книга в електронний вигляд і чи варто вести її подальший пошук в Інтернеті. Сервіс також можна використовувати для пошуку книгодрукованої продукції, яку можна придбати в інтернет-магазинах.

ru.picsearch.com – пошукова система картинок, що дозволяє користувачеві за допомогою введених ключових слів знаходити відповідні зображення. Надається також можливість робити пошук по анімаціям або за визначеними розмірами зображень, використовуючи функції розширеного пошуку. Пошук на веб-сайті є безпечний, оскільки результат виключає зміст порнографічного чи іншого образливого матеріалу, не призначеного до перегляду неповнолітніми.

Пошукові системи зазвичай мають три компоненти:

- агент (павук, кроулер або робот), який переміщується по мережі і збирає інформацію;
- база даних, яка містить інформацію, зібрану павуками;
- пошуковий механізм, який використовується як інтерфейс для взаємодії з базою даних.

Засоби пошуку типу агентів, павуків, кроулерів і роботів використовуються для збору інформації про документи, які знаходяться в мережі Інтернет. Це спеціальні програми, які займаються пошуком сторінок в мережі, збирають гіпертекстові посилання з цих сторінок і автоматично індексують інформацію, яку вони знаходять для побудови бази даних. Кожний пошуковий механізм має власний набір правил, якими визначається збір документів.

Релевантність – основне поняття при індексації документа в пошукових системах. Релевантність є мірою відповідності змісту знайденої сторінки запиту користувача. Але комп'ютер – не людина, і тому пошукові системи використовують спеціальні алгоритми для визначення релевантності. Теоретичних методів визначення релевантності більш ніж 20. Але виділяють два основні напрями: лінгвістичне (Рамблер, Яндекс) і статистичне (Google). Основні російські пошукові системи (зокрема Рамблер) використовують лінгвістичний напрям, тобто пошуковий робот, переглядаючи сторінку, звертає увагу на «літературність» її написання («чом ти не прийшов» буде більш релевантною, ніж «чом ти не травень прийшов»). Різні пошукові системи використовують різні алгоритми ранжування, однак основними принципами визначення релевантності є наступні:

- Кількість слів запиту у текстовому вмісті документу (тобто в html-коді).
- Теги, в яких ці слова розташовуються.
- Місцезахоплення шуканих слів у документі.
- Питома вага слів, відносно яких визначається релевантність, у загальній кількості слів документу.

Ці принципи застосовуються всіма пошуковими системами.

База даних виводить ранжований таким чином перелік документів і повертає його користувачу, який зробив запит. Різні пошукові механізми вибирають різні способи показу отриманого переліку – деякі відображають лише посилання, інші виводять посилання з декількома першими реченнями документу або заголовком документу разом з посиланням. Коли користувач звертається до посилання на один з документів, цей документ завантажується з сервера, на якому він знаходиться. Велика частина цільових відвідувачів приходять саме з пошукових систем.

Користувачу слід мати на увазі, що жодна пошукова система не в змозі повністю індексувати всі сторінки і документи на всіх серверах Інтернету. Кожний пошуковий сервер проводить відбір і індексування сторінок за своїми власними правилами.

Якою б пошуковою системою ви не користувалися, передусім треба пам'ятати, що складання запитів на пошук інформації – це свого роду мистецтво. Ідеальний запит видасть користувачу посилання тільки на ті сторінки, що йому потрібні. Просто грамотний запит може надати користувачеві кілька десятків сторінок, пошук серед яких виявиться не таким уже й складним.

В ефективному пошуку інформаційних ресурсів Інтернету допомагають декілька правил:

1. Грамотне використання можливостей одного пошукового сервера може бути більш ефективним, ніж звернення з тим самим запитом до великої кількості серверів.

Коли користувач вперше потрапляє на сторінки незнайомого пошукового сервера, слід в першу чергу прочитати його опис і правила користування, а також вивчити засоби і можливості пошуку. Однак не слід захоплюватися вивченням пошукових серверів; після деякої практики з'являються 2-3 улюблені сервери, що найповніше індексують сферу в Інтернеті, яка цікавить користувача.

2. У запиті слід використовувати ті слова, що точніше за все характеризують тему, яка цікавить користувача.

Вибір слів може ґрунтуватися на двох різних підходах:

- можна почати із загального запиту і поступово його конкретизувати, спостерігаючи за зміною результатів пошуку;

- можна почати з конкретного запиту і поступово його поширювати, відштовхуючись від найбільш важливих і специфічних слів.

3. Для більшості пошукових серверів має значення послідовність слів у запиті, тому найбільш важливі і характерні терміни треба розміщувати на початку запиту і додавати до них менш значущі терміни.

4. Фрази і словосполучення слід брати в лапки, оскільки в противному випадку вони будуть сприйняті пошуковим сервером просто як набір ключових слів.

5. У запиті можна зазначати одне або кілька власних імен.

6. Рекомендується вживати синоніми – їх використання дозволяє не тільки поширити діапазон пошуку, а й надає більше ваги власне смисловій частині запиту.

7. Не рекомендується користуватися поширеними словами типу «комп'ютер», «інформація», «дані» тощо.

8. Багато пошукових систем допускають можливість використання в запитах логічних операторів «І» (AND), «або» (OR), «не» (NOT). Їх грамотне використання дозволяє зробити пошук надзвичайно точним і направити його саме туди, куди потрібно.

9. Якщо серед перших 20-30 посилань, отриманих від пошукового сервера, немає потрібного посилання, слід подумати про те, щоб радикально змінити набір ключових слів або скористатися іншим сервером.

10. Слід пам'ятати, що WWW-сторінка, на яку користувач потрапляє при першому підключенні до пошукової системи, найчастіше являє собою спрощений бланк запиту на пошук інформації. Щоб отримати доступ до найбільш потужних засобів опису, треба перейти на сторінку ускладненого пошуку (Advanced Search).

Розглянемо деякі приклади пошуку в найпопулярніших пошукових системах Google та Yandex:

Пошук по конкретному слову або фразі за допомогою оператора " ". Запишіть фразу або слово в лапки, і в результаті пошуку отримаєте веб-сторінки, де є точно така фраза або форма слова: «Садок вишневий коло хати».

Виключення з отриманого результату сторінок, що містять певні слова. Щоб виключити всі результати, що містять певне слово, додайте перед ним знак мінуса (-). Це особливо зручно, якщо у ключового слова є омоніми (наприклад, ягуар - марка автомобіля і назва тварини): швидкість ягуара -автомобіль.

Пошук у межах певного веб-сайту або домену (site:). Щоб знайти інформацію на певному веб-сайті (наприклад, всі згадки про Олімпійські ігри на сайті ria.ru), використовуйте оператор "site:": олімпійські ігри site: ria.ru.

Література

1. Поиск информации в сети Интернет [Електронний ресурс]. Спосіб доступу: [http://www.mgul.ac.ru/links/search_help.shtml]
2. Григорьев А.Н., Ландэ Д.В. Адаптивный интерфейс уточнения запросов к системе контент-мониторинга InfoStream//Труды Международного семинара "Диалог'2005". - 2005. - С. 109-111.
3. Ландэ Д.В. Поиск знаний в Internet. Профессиональная работа. - М.: "Вильямс", 2005. - 272 с.

4. Современные информационные потоки: Актуальная проблематика / Брайчевский С.М., Ландэ Д.В. // "Научно-техническая информация", серия 1, № 11. - 2005. - С. 21-33.
5. 16 способов "гуглить" как профессионал [Электронный ресурс]. Способ доступа: [<http://nnm.ru/blogs/etam/16-sposobov-guglit-kak-professional/>]
6. 9 способов искать информацию в Яндексе, о которых не знает 96% пользователей [Электронный ресурс]. Способ доступа: [<http://prog-school.ru/2013/01/9-sposobov-iskat-informaciyu-v-yandekse-o-kotoryh-ne-znaet-96-polzovateley>]

УДК 004.65:371.2

АВТОМАТИЗАЦІЯ ПОТОЧНОГО ОБЛІКУ УСПІШНОСТІ СТУДЕНТІВ

А.В. Павлюк

Організація навчального процесу супроводжується низкою заходів, які мають вирішити такі завдання як розподіл навчального навантаження між кафедрами навчального закладу, підбір викладачів, створення розкладу занять, консультацій, видів поточного та підсумкового контролю, державної атестації та багато іншого.

В даний час існує безліч видів обліку і контролю даних про студентів, які ведуться старостами груп, кураторами, викладачами, проректорами з навчальної роботи та деканами факультетів. Це такі види контролю як: поточна успішність студента, інформація про успішність студента за кожен місяць, результати іспитів і заліків. Ці дані зберігаються в журналах груп, екзаменаційних і залікових відомостях і т.д.

Тож одним з досить важливих завдань ВНЗ також є організація та ведення обліку успішності студентів. Підходити до нього треба з неабиякою відповідальністю та увагою. Облік успішності студентів характеризується великою кількістю студентів, дисциплін та даних які супроводжують навчальний процес груп і студентів. Тож автоматизація даного завдання допоможе зменшити затрати часу і кількість помилок.

В умовах динамічної інформатизації всіх сфер людської діяльності природно виникає потреба у створенні системи автоматизації навчального процесу і, безпосередньо, ведення поточного обліку студентів. Дане завдання вирішувалося за допомогою платформи для розробки інформаційних систем 1С версії 8.2.

При проектуванні інформаційної системи необхідно врахувати безліч технологічних і функціональних вимог, механізмів захисту та безпеки даних для того, щоб отримати систему управління інформацією з найбільш оптимальним співвідношенням функціональності/продуктивності, яка дозволяє просте розширення, нарощення та адаптацію до мінливих вимог. Саме тому, при виборі системи реалізації проекту, вибір зупинився на платформі 1С. Це не просто звичайне середовище візуального програмування, – вся система побудована на базі даних. Окрім цього, 1С орієнтована на створення інформаційних систем. Завдяки цьому вона якнайкраще підходить для створення програмного забезпечення, яке допоможе організувати облік успішності студентів. Платформа 1С досить розповсюджена, швидко розвивається й постійно удосконалюється. Завдяки своїй гнучкості й функціональності вона широко застосовується у різних галузях і завдяки цьому дуже популярна. 1С не тільки дозволяє створити базу даних, а ще й надає засоби роботи з нею.

Мета даного програмного забезпечення: організувати швидкість і простоту роботи, а також якість і точність отриманих результатів.

Облік поточної успішності студентів потрібен працівникам деканату для отримання вичерпної інформації про якість знань студентів, для викладачів, котрі проводять контроль, а також може бути корисним безпосередньо для самих студентів.

Загалом система має виконувати такі функції:

1. Введення інформації про поточну успішність студентів.
2. Контроль коректності інформації, що вводиться.
3. Збереження інформації.
4. Створення друкованих документів на основі введених даних.

5. Отримання різного роду звітів за даними навчального процесу.
6. Можливість вибирати дані по результатам сесії всієї групи, факультету чи конкретного студента.

Описуючи систему, яка буде реалізовувати облік поточної успішності студентів, можна виокремити такі складові:

1. Документ «Відомість оцінок» (рис. 1.), в який вводяться дані про студента, дисципліну, котру він вивчає та оцінки за певний вид роботи.

N	Студент	Оцінка	Примітка
1	Бородай Василь Костянтинович		
2	Верба Олег Володимирович		
3	Жадан Юрій Олександрович		
4	Забіяка Катерина Володимирівна		
5	Ковальков Андрій Петрович		
6	Король Валерій Юрійович		
7	Курочка Артур Дмитрович		
8	Охріменко Жанна Георгіївна		
9	Поливайко Олександр Іванович		

Рис. 1

2. Регістр накопичення «Журнал оцінок» (рис.2), котрий накопичує інформацію про успішність студентів.

Період	Реєстратор	Номер рядку	Студент	Спеціальність	Дисципліна	Викладач
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	1	Бородай Василь Кос...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	2	Верба Олег Володим...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	3	Жадан Юрій Олексан...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	4	Забіяка Катерина Во...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	5	Ковальков Андрій Пе...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	6	Король Валерій Юрій...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	7	Курочка Артур Дмит...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	8	Охріменко Жанна Ге...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	9	Поливайко Олексан...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
10.04.2013 12:00:00	Відомість оцінок 000...	10	Світла Олена Генаді...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
26.04.2013 12:00:00	Направлення на пер...	1	Забіяка Катерина Во...	Інформатика	Архітектура EOM	доц. Іванов В. В.
02.05.2013 21:24:33	Направлення на пер...	1	Ретров Віктор Федо...	Історія	Архітектура EOM	асист. Віра М. Б.

Рис. 2

3. Вбудований макет для друку документів.
4. Звіти, які надають можливість відбирати дані, групувати та сортувати їх у відповідності до поставлених вимог.

5. Довідкова система, яка буде сприяти кращій роботі користувачів та ін.

В автоматизованій інформаційній системі обліку успішності студентів присутній механізм захисту від введення надлишкової та некоректної інформації. Він реалізований такими шляхами:

1. Мінімізація неправильного введення назв факультетів, дисциплін, прізвищ студентів та їхніх даних таких як факультет та група здійснюється за допомогою того, що всі ці реквізити беруться з уже заповнених довідників, а також автоматично підтягуються із документу «Особиста картка студента». Тобто, користувач не вводить текст вручну, що оберігає його від некоректного введення і, тим самим економить час.

2. Призначення полям атрибуту обов'язкового заповнення. Тобто, якщо якесь поле має бути заповненим, а користувач його пропустив, то при спробі зберегти документ буде виведене повідомлення про те, що поле (чи кілька полів) пuste.

3. Постійний контроль числових значень. Співставлення їх із задалегідь введеними параметрами та обмеженнями з метою уникнення розходження у кількості балів.

Після введення документів виникає потреба отримати звіт по окремій сесії, спеціальності, факультету чи групі. Саме для цього в системі передбачений ряд звітів, які допоможуть здійснити вибір даних за конкретними вимогами.

Крім того реалізована можливість друку необхідних документів на основі введених даних. Також передбачені функції, які допомагають швидше вводити інформацію та контролювати числові дані.

Система є досить гнучкою, тому в подальшому при потребі можливо буде з метою її покращення додавати, вилучати чи змінювати деякі елементи. Тобто в процесі роботи з програмою є можливість удосконалення, враховуючи потреби навчального закладу.

Література

1. "Введение в конфигурирование в системе "1С: Предприятие 8". Основные объекты". Версия 8.2: методические материалы для слушателя сертифицированного курса. – Москва: Фирма "1С", квітень, 2010. – 109с.
2. "Использование запросов в системе "1С: Предприятие 8": методические материалы для слушателя сертифицированного курса. – Москва: Фирма "1С", липень, 2009. – 65с.
3. Радченко М. Г. 1С: Предприятие 8.2. Практическое пособие разработчика. Примеры и типовые приемы / М. Г. Радченко, Е. Ю. Хрусталева. – М.: ООО "1С-Паблишинг", 2009. – 874 с.
4. Інтернет-сайт <http://www.v8.1c.ru>.
5. Офіційний сайт фірми "1С" <http://www.1c.ru>.

УДК 519.7(075/8)

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ MAXIMA ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ

В. С. Фетісов

Maxima має кілька інструментів для перевірки статистичних гіпотез.

Для оцінювання середнього значення і довірчого інтервалу вибірки на палітрі “*Statistics*” застосовується інструмент “*Mean Test*”. Він використовує перевірку за критерієм Стьюдента або центральною граничною теоремою.

На наступному рисунку демонструється приклад введення даних для перевірки нульової гіпотези $H_0: \bar{x}_0 = 50$ проти альтернативної гіпотези $H_0: \bar{x}_0 \neq 50$ для вибірки, дані якої вводяться за допомогою масиву *data*.

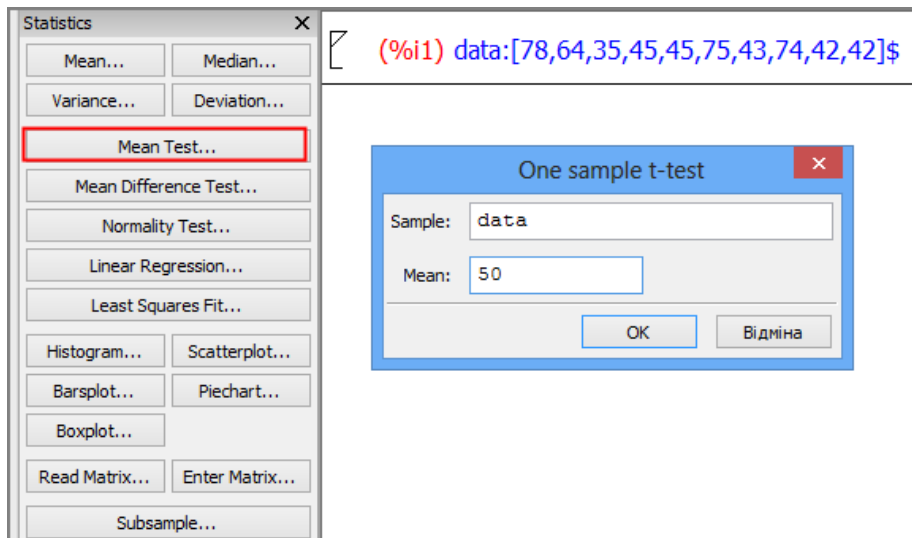


Рис. 1

Результати перевірки відображаються у такому вигляді:

```
(%i1) data:[78,64,35,45,45,75,43,74,42,42]$

(%i3) test_mean(data, mean=50);

      MEAN TEST
      mean_estimate=54.3
      conf_level=0.95
conf_interval=[42.50179070143281,66.09820929856718]
      method=Exact t-test. Unknown variance.
      hypotheses=H0: mean = 50 , H1: mean # 50
      statistic=0.82447052350717
      distribution=[student_t,9]
      p_value=0.43097991764262
```

Поки що не будемо докладно розглядати одержані результати. Обмежувсь зауваженням, що основним критерієм перевірки є значення p_value , що являє собою ймовірність помилкового вибору гіпотези H_1 , якщо виконується H_0 . Оскільки значення ймовірності помилкового вибору гіпотези H_1 , якщо виконується H_0 , достатньо висока ($p = 0,431$), нульова гіпотеза $H_0: \bar{x}_0 = 50$ не відхиляється.

Не важко замітити, що при застосуванні інструмента “Mean Test” з палітри “Statistics” користувач має певні обмеження. Так, система автоматично застосовує двосторонню перевірку гіпотези, а сама альтернативна гіпотеза має вигляд $H_0: \bar{x}_0 \neq 50$.

Для оцінювання середнього значення і довірчого інтервалу вибірки без використання палітри використовується функція *test_mean*, яка у найпростішому вигляді має такий синтаксис: *test_mean*(список або одновимірний масив з вибіркою);

Інший варіант синтаксису функції *test_mean* передбачає використання кількох додаткових аргументів:

test_mean(список або одновимірний масив з вибіркою, аргумент1,..., аргумент5);

Ці аргументи мають таке призначення:

- *'mean* – середнє значення, що очікується (за замовчуванням дорівнює “0”);
- *'alternative* – вигляд гіпотези, що перевіряється, можливі значення: *'twosided*, *'greater* і

'less (відповідно – двостороння, менше, більше); за замовчуванням 'twosided;

- 'dev, значення середньоквадратичного відхилення (якщо воно відоме); можливі значення: 'unknown або додатне значення (за замовчуванням 'unknown);

- 'conflevel, рівень істотності для довірчого інтервалу; величина в межах від “0” до “1”; (за замовчуванням 0,95);

- 'asymptotic, вказує, який критерій слід використовувати для перевірки: t-критерій Стьюдента або центральну граничну теорему (за замовчуванням false).

Перед назвою аргументу використовують символ ', перед значенням аргументу записується символ “=”, якщо значення аргументу подається текстом, то перед ним також записується символ '.

Наступний приклад демонструє приклад з вбудованої довідкової системи *Maxima*, коли здійснюється перевірка нульової гіпотези $H_0: \bar{x}_0 = 50$ проти альтернативної гіпотези $H_0: \bar{x}_0 < 50$ з рівнем істотності $\alpha=0,10$.

```
(%i3) data: [78,64,35,45,45,75,43,74,42,42]$

(%i4) test_mean(data,'conflevel=0.9,'alternative='less,'mean=50);

      MEAN TEST
      mean_estimate=54.3
      conf_level=0.9
      conf_interval=[-∞,61.51314273502713]
(%o4) method=Exact t-test. Unknown variance.
      hypotheses=H0: mean = 50 , H1: mean < 50
      statistic=0.82447052350717
      distribution=[student_t,9]
      p_value=0.78451004117869
```

Як бачимо, функція *test_mean* повертає кілька величин:

- mean_estimate – середнє значення, що очікується;
- conf_level – рівень істотності;
- conf_interval – оцінка довірчого інтервалу;
- method – критерій, що було застосовано для перевірки;
- hypotheses – статистичні гіпотези, що перевіряються (H_0 і H_1);
- statistic – число ступенів свободи для перевірки нульової гіпотези H_0 ;
- distribution – оцінка розподілу вибірки;
- p_value – ймовірність помилкового вибору гіпотези H_1 , якщо виконується H_0 .

У наведеному прикладі значення ймовірності помилкового вибору гіпотези H_1 , якщо виконується H_0 дуже висока ($p = 0,7845$), тому нульова гіпотеза $H_0: \bar{x}_0 = 50$ не відхиляється.

Для перевірки гіпотези щодо належності двох вибірок той самій генеральній сукупності слід застосувати на палітрі “Statistics” інструмент “Mean Difference Test”. Для цього також можна застосувати функцію *test_means_difference*.

Для перевірки гіпотези функція *test_means_difference* виконує *t*-тест для порівняння середніх у двох вибірках або використовує центральну граничну теорему (для великих вибірок).

У найпростішому вигляді функція *test_means_difference* має такий синтаксис:

test_mean(вибірка x_1 , вибірка x_2);

Як і для функції *test_mean* синтаксис функції *test_means_difference* може бути модифікований шляхом використання кількох додаткових аргументів:

test_means_difference(вибірка x_1 , вибірка x_2 , аргумент1,..., аргумент5);

Перелік і призначення аргументів функції практично співпадає з аргументами для функції *test_mean*:

- `'alternative` – вигляд гіпотези, що перевіряється, можливі значення: `'twosided`, `'greater` і `'less` (відповідно – двостороння, менше, більше); за замовчуванням `'twosided`;
- `'dev1`, значення середньоквадратичного відхилення для першої вибірки (якщо воно відоме); можливі значення: `'unknown` або додатне значення (за замовчуванням `'unknown`);
- `'dev2`, значення середньоквадратичного відхилення для другої вибірки (якщо воно відоме); можливі значення: `'unknown` або додатне значення (за замовчуванням `'unknown`);
- `'conflvel`, рівень істотності для довірчого інтервалу; величина в межах від «0» до «1»; (за замовчуванням 0,95);
- `'asymptotic`, вказує, який критерій слід використовувати для перевірки: t-критерій Стьюдента або центральну граничну теорему (за замовчуванням `false`).
- `'dev`, значення середньоквадратичного відхилення (якщо воно відоме); можливі значення: `'unknown` або додатне значення (за замовчуванням `'unknown`);

Окрім цих аргументів функція має ще один аргумент: `'varequal` – оцінки середньоквадратичних відхилень вибірок (якщо вони відомі); можливі значення: `'dev1ta` (або) `'dev2`, а також `'unknown`.

Наступний приклад демонструє приклад з вбудованої довідкової системи *Maxima*, коли здійснюється перевірка нульової гіпотези $H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ проти альтернативної гіпотези $H_1: \bar{x}_1 > \bar{x}_2$ з рівнем істотності $\alpha=0,05$.

```
(%i11) x_1: [20.4,62.5,61.3,44.2,11.1,23.7]$
(%i12) x_2: [1.2,6.9,38.7,20.4,17.2]$
(%i13) test_means_difference(x_1,x_2,'alternative='greater);
DIFFERENCE OF MEANS TEST
diff_estimate=20.319999999999999
conf_level=0.95
conf_interval=[-0.045974178128812,∞]
method=Exact t-test. Welch approx.
hypotheses=H0: mean1 = mean2 , H1: mean1 > mean2
statistic=1.838004300728477
distribution=[student_t,8.627587401846039]
p_value=0.050327465279919
```

Результати роботи функції *test_means_difference* тотожні виведенню результатів роботи функції *test_mean*. У даному прикладі значення ймовірності помилкового вибору гіпотези H_1 , якщо виконується H_0 , практично співпадає ($p = 0,0503$), тому доцільно відхилити нульову гіпотезу $H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$, визнавши, що вибірки не належать тій самій генеральній сукупності.

Окрім перевірки статистичних гіпотез щодо середньої, система містить ще кілька інструментів для перевірки статистичних гіпотез:

- оцінка довірчого інтервалу для дисперсії вибірки;
- порівняння дисперсій двох вибірок;
- оцінка медіани неперервної вибірки;
- оцінка гіпотези щодо медіани неперервної вибірки з використанням правила знаків Уїлксона;
- непараметричне порівняння медіан двох вибірок.

Maxima дозволяє здійснювати перевірку на нормальність за допомогою критерію Шапіро-Уїлка, який зараз найчастіше використовується з цією метою. Для цього на палітрі “*Statistics*” застосовується інструмент “*Normality Test*”.

На наступному рисунку демонструється приклад перевірки на нормальність для вибірки *data*.

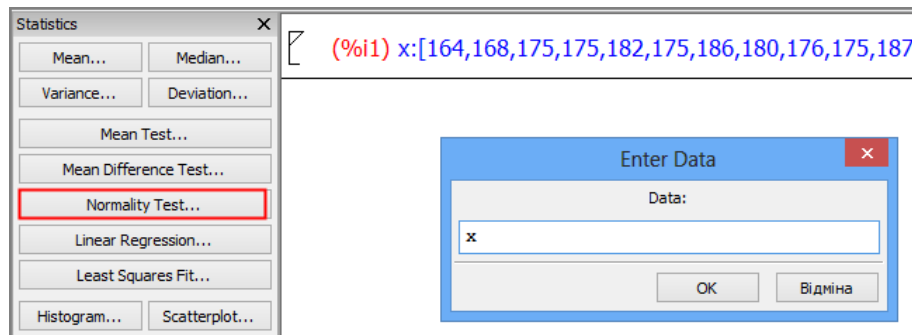


Рис. 2

Разом із тим, перевірку на нормальність можна здійснити і без використання палітри, використавши з цією метою функцію *test_normality*. Синтаксис функції є максимально простим, оскільки вона має тільки один аргумент: одновимірний масив або список з даними вибірки, відносно якого здійснюється перевірка на нормальність. На дані накладається обмеження за кількістю: кількість елементів має бути більше двох і менше 5000.

```
(%i1) x:[164,168,175,175,182,175,186,180,176,175,187,
(%i2) test_normality(x);
          SHAPIRO - WILK TEST
(%o2) statistic=0.97207202556955
      p_value=0.79789971907736
```

У системі для критерію розраховується значення W -статистики і значення досягнутого рівня значущості p , що позначається як p -level. Чим ближче значення W наближається до «1», тим менше вірогідність помилкова прийняти гіпотезу щодо нормальності розподілу.

Тест на нормальність перевіряє нульову гіпотезу про те, що емпіричний розподіл не відрізняється від очікуваного теоретичного нормального розподілу. Для цього використовується значення рівня значущості p -level. Якщо це значення перевищує вибраний рівень значущості, наприклад $\alpha=0,05$, тобто коли p – level $> \alpha$, то гіпотеза щодо нормальності розподілу приймається.

Для використання цих інструментів слід дозавантажити статистичний пакет:
Load("stats");

Разом із тим, завантажувати цей пакет не потрібно, якщо перед використанням цих інструментів були застосовані будь-які інструменти з палітри "Statistics" («Статистика»).

4

Методика

УДК 517.2

ФОРМУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ПОНЬЯТЬ КУРСУ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ

Н.П. Варущик, Т.В. Іллющенко

Найактуальніші на сьогодні завдання шкільної методики навчання математики – сформувати в учнів потребу і здатність самостійно вчитися, здобувати інформацію з різних джерел, засвоювати, поповнювати й оцінювати її, прагнути до творчості і саморозвитку, виробляти уміння застосовувати способи пізнавальної та творчої діяльності.

Для розв'язання проблеми формування прийомів евристичної діяльності є достатні передумови, що сформувалися з різних досліджень.

Проблемі творчості та формуванню прийомів евристичної діяльності присвячені роботи психологів і педагогів Д. М. Богоявленського, Д. Б. Богоявленської, Л. С. Виготського [7], П. Я. Гальперіна [8], В. В. Давидова [10], Е. П. Кабанової-Меллер, З. І. Калмикова, Ю. М. Кулюткіна, Л. М. Леонтєва, В. І. Лозової, Ж. Піаже, В. М. Пушкіна, С. Л. Рубінштейна [17], Л. М. Фрідмена, В.Н. Осинської [15], О. І. Скафи [19], К. В. Власенко, І. А. Горчакової, Ю. Я. Смержевського, О.В. Тутової та ін..

Розроблені і впроваджуються в практику навчання питання формування прийомів евристичної діяльності на уроках алгебри та геометрії основної школи, стереометрії, на факультативних заняттях з математики. А питання формування прийомів евристичної діяльності на уроках алгебри та початків аналізу залишається актуальним, є потреба в теоретичному обґрунтуванні методичної системи формування евристичної діяльності на уроках алгебри і початків аналізу.

Це дозволяє зарахувати проблему формування прийомів евристичної діяльності під час вивчення алгебри і початків аналізу до числа важливих у методиці навчання математики.

У даній статті пропонуємо можливість формування евристичної діяльності в процесі вивчення понять в курсі алгебри і початків аналізу

Поняття – це форми мислення, в яких відображаються загальні, суттєві і відмінні ознаки та особливості певних предметів чи явищ дійсності.

Вивчати процес формування в учнів наукових понять вперше почали в радянській психології під керівництвом Л.С. Виготського. І сьогодні актуальні його положення про основні параметри, по яким можна судити про зміни мисленнєвої діяльності в процесі навчання, в тому числі і в процесі оволодіння поняттями. Це такі параметри: міра і якість узагальнення понять, ступінь їх абстрагованості і включення їх в систему, іншими словами «системність» знань. Великий вклад у розв'язання цієї проблеми зробили радянські психологи та методисти В.В. Давидов, Е.Н. Кабанова-Меллер, Н.Ф. Тализіна, Н.А. Менчинська, В.Н. Осинська [1] та інші.

З методичної точки зору значення спеціальних розумових дій у процесі формування понять обґрунтовує З.І.Слепкань. Вона вводить евристичні правила-орієнтири у навчання математики, за допомогою яких можна провести підведення під поняття та вивести наслідки з того факту, що деякий об'єкт належить до даного поняття [3].

У процесі формування прийому «виведення наслідків» учням пропонується деякий набір даних і потрібно з них одержати якнайбільше наслідків. Як зазначалося раніше, правила-орієнтира для прийому не існує, але О.І. Скафа [2] розробила певну послідовність дій, яка сприяє формуванню цієї розумової дії.

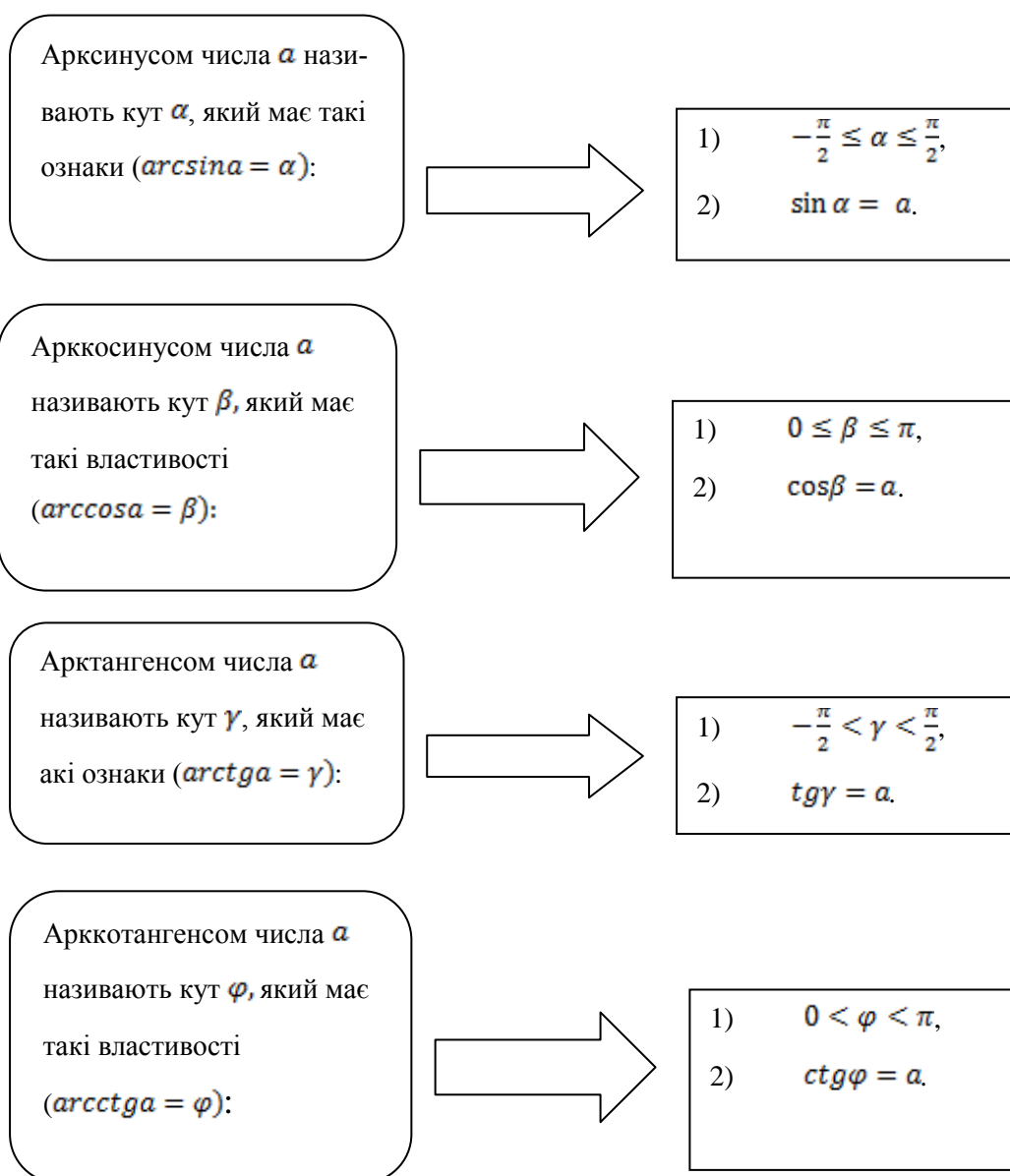
На уроці алгебри і початків аналізу в X класі розглядаються поняття обернених тригонометричних функцій. На основі раніше вивчених функцій $y = \sin \alpha$, $y = \cos \alpha$, $y = \operatorname{tg} \alpha$, $y = \operatorname{ctg} \alpha$ та їх властивостей вводяться поняття функцій $y = \operatorname{arcsin} \alpha$, $y = \operatorname{arccos} \alpha$, $y = \operatorname{arctg} \alpha$, $y = \operatorname{arccctg} \alpha$.

Сформуємо прийом виведення наслідків з поняття для з'ясування властивостей, що є суттєвими для понять арксинуса, арккосинуса, арктангенса та арккотангенса.

Наприклад, $y = \arcsin a$ - функція обернена до $y = \sin a$, $y = \arccos a$ - обернена до $y = \cos a$, $y = \arctg a$ - обернена до $y = tg a$ та $y = \text{arcctg} a$ - обернена до $y = ctg a$.

Звідси випливає, що графіки функцій, наприклад, $y = \sin a$ та $y = \arcsin a$ є симетричними відносно прямої $y = x$. А це означає, що область визначення функції $y = \sin a$ є областю значень для $y = \arcsin a$, тому $E(\arcsin a) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$; область значень $y = \sin a$ є областю визначення для $y = \arcsin a$, тому $D(\arcsin a) = [-1; 1]$. Аналогічні висновки можна зробити і для інших функцій. Але, зазначимо, що функція $y = tg a$ не визначена для точок $a = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$, а $y = ctg a$ - для $a = \pi k, k \in \mathbb{Z}$. Тому це враховується при формуванні понять обернених тригонометричних функцій.

Таким чином, на основі з'ясованих властивостей, вивівши наслідки з понять, можна сформулювати такі означення:



Структурні схеми сприяють кращому запам'ятовуванню навчального матеріалу, допомагають простежити аналогії між поняттями арксинуса та арктангенса, арккосинуса та арккотангенса. За допомогою них учням легко порівняти ці поняття (зіставити та протиставити), виділити головне та узагальнити.

Для кращого засвоєння понять можна запропонувати учням розв'язати кілька вправ, в яких їм необхідно буде оперувати суттєвими ознаками поняття обернених тригонометричних функцій. Вчитель може самостійно розв'язати завдання, зробивши в ньому помилку, тобто застосувати евристико-дидактичну конструкцію у вигляді програми «задача-софізм». Після аналізу розв'язання завдання необхідно буде виконати корекцію. Учні співставлять розв'язок задачі та її корекції. На цьому етапі в учнів сформується розумова дія порівняння. На основі цього вони зможуть узагальнити та виділити суттєве.

Приклад. Розв'язати рівняння:

$$\arcsin \frac{x}{2} = \frac{3}{2}\pi$$

Розв'язання.

Дане рівняння розв'язується за допомогою властивості арксинуса. Тому, $\sin \frac{3}{2}\pi = \frac{x}{2}$ (за означенням арксинуса), тоді $\frac{x}{2} = -1$, $x = -2$

Відповідь: -2

Аналіз помилок.

Дане рівняння розв'язане неправильно, оскільки не врахована суттєва ознака арксинуса, що $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$. А значення $\frac{3}{2}\pi$ не належить проміжку $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$. Тому рівняння розв'язків немає.

Відповідь: \emptyset

При навчанні поняттям є широкі можливості для оволодіння загальними прийомами розумової діяльності прямим шляхом (за допомогою правил-орієнтирів). Проаналізовано навчальні можливості програмового матеріалу алгебри та початків аналізу для спеціального навчання прийомам, послідовності їх вивчення і можливостей їх застосування

Розглянемо введення поняття визначеного інтеграла також формуючи дію абстрагування в учнів.

Поняття визначеного інтеграла виникло у зв'язку з розв'язуванням задач геометрії (задачі про обчислення площі криволінійної трапеції) і фізики (задачі про визначення шляху, пройденого точкою за прямолінійного руху за її відомою миттєвою швидкістю; роботи змінної сили; маси неоднорідного стержня). Тому при формуванні поняття користуються саме цими задачами, які наочно і зрозуміло підводять до поняття визначеного інтеграла.

Для прослідковування алгоритму розв'язання даних задач, з метою формування дії абстрагування для введення поняття визначеного інтеграла, з метою аналогії, зіставлення та протиставлення можна одночасно розглянути розв'язання двох типових стандартних задач.

Таблиця 1

Задача про площу криволінійної трапеції	Задача про масу неоднорідного стержня
Знайти площу криволінійної трапеції, обмеженої відрізком $[a; b]$, графіком неперервної функції $y = f(x)$, де $f(x) > 0$, і прямими $x = a, x = b$.	Обчислити масу неоднорідного за густиною стержня на ділянці $[0; l]$.
Алгоритм розв'язування задач	
Будується криволінійна трапеція - фігура, обмежена відрізком $[a; b]$, графіком неперервної функції $y = f(x)$, де $f(x) > 0$, і прямими $x = a, x = b$.	Розглядається неоднорідний стержень. Якщо позначити через x відстань до точки M стержня від лівого його кінця (точки O відліку), то кожному X відповідатиме певне значення густини ρ , тобто $\rho \in$ функцією від x : $\rho = \rho(x)$.

<p>Відрізок $[a; b]$ розбивається на n рівних частин точками: $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{k-1} < x_k < \dots < x_{n-1} < x_n = b.$</p>	<p>Розіб'ємо відрізок $[0; l]$ на n рівних частин точками: $0 < x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{k-1} < x_k < \dots < x_{n-1} = l$</p>
<p>На кожному з відрізків розбиття $[x_{k-1}; x_k]$ будуються прямокутники з висотою, що дорівнює значенню функції в лівому (або правому) кінці відрізка.</p>	<p>Довжина кожного з відрізків $[x_{k-1}; x_k]$ розбиття дорівнює $x_k - x_{k-1} = \Delta x = \frac{1}{n}.$</p>
<p>Площа S_n, східчастої фігури, що є об'єднанням побудованих прямокутників, визначається як інтегральна сума $S_n = f(x_0)\Delta x + f(x_1)\Delta x + \dots + f(x_{n-1})\Delta x = \frac{b-a}{n}(f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})),$ оскільки $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ довжиною кожного з відрізків розбиття.</p>	<p>Знайдемо інтегральну суму: $m_n = \rho(x_0)\Delta x + \rho(x_1)\Delta x + \dots + \rho(x_{n-1})\Delta x$</p>
<p>При $n \rightarrow \infty - \Delta x \rightarrow 0$, і внаслідок неперервності функції $y = f(x)$ східчаста фігура дедалі менше відрізнятиметься від криволінійної трапеції. Тому площа S_n прямуватиме до площі S криволінійної трапеції, а наближена рівність $S_n \approx S$ за великих n виконуватиметься з будь-якою точністю.</p>	<p>При $n \rightarrow \infty$ і $\Delta x \rightarrow 0$, густину стержня на досить малій ділянці можна вважати сталою і такою, що дорівнює, наприклад, значенню функції $\rho = \rho(x)$ в лівому кінці відрізка. Вона дасть наближене значення маси m усього стержня.</p>
<p>Отже, $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$</p>	<p>Тоді, $\lim_{n \rightarrow \infty} m_n = m.$</p>
$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \int_a^b f(x) dx$	$\lim_{n \rightarrow \infty} m_n = \int_0^l \rho(x) dx$

- 1) Метою формування дії абстрагування є формулювання і розуміння означення визначеного інтеграла.
- 2) На етапі визначення суттєвих властивостей можна сказати, що важливо: відрізок розбивають на n частин, знаходять інтегральну суму в точках, які містяться на відрізках $[x_{k-1}; x_k]$ і для $n \rightarrow \infty$ та $\Delta x \rightarrow 0$ знаходять границю інтегральної суми, яка і буде розв'язком задачі.
- 3) На етапі відхилення несуттєвих властивостей з'ясуємо, що відрізок $[a; b]$ можна розбити не обов'язково на n рівних частин, але важливо, щоб довжина найбільшого з відрізків обов'язково прямувала до 0, якщо $n \rightarrow \infty$. Також не завжди $\Delta x = \frac{b-a}{n}$, оскільки, якщо розбивати на різні частини відрізок $[a; b]$, то ця рівність не матиме місця, а Δx для кожного відрізочка буде своїм значенням, відмінним від інших. Не обов'язково знаходити площу криволінійної трапеції чи неоднорідного стержня, беручи точки по лівому краю відрізочків $[x_{k-1}; x_k]$.

- 4) Враховуючи розглянуті суттєві та несуттєві властивості можна сформулювати таке означення:

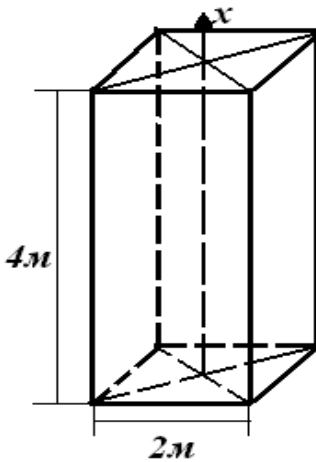


Рис. 1

Границю $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ називають визначеним інтегралом функції $y = f(x)$ від a до b і позначають $\int_a^b f(x)dx$. Числа a і b називають межами інтегрування: a – нижньою межею, b – верхньою межею. Функцію $y = f(x)$ називають підінтегральною функцією, вираз $f(x)dx$ – підінтегральним виразом, змінну x – змінною інтегрування. Тому за означенням,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \int_a^b f(x)dx$$

Мисленнєві прийоми не завершуються на формуванні понять.

З метою формування аналогії вже на першому етапі засвоєння поняття можна розглянути задачу про роботу змінної сили, яка є також типовою стандартною задачею, яка приводить до поняття визначеного інтеграла.

Приклад. Обчислити роботу, яку треба виконати, щоб викачати воду з ями глибиною 4 м, що має квадратний переріз зі стороною 2 м. Густина води $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ (рис. 1).

Використаємо правило-орієнтир формування прийому аналогії:

- 1) Метою формування прийому аналогії є застосування поняття визначеного інтеграла.
- 2) Виходячи з умови задачі необхідно виконати роботу по переміщенню тіла під дією змінної сили з глибини 4 м.
- 3) Раніше розглядалися схожі задачі на знаходження площі криволінійної трапеції та маси неоднорідного стержня.
- 4) Як і в попередньо розглянутих задачах можна спрямувати вісь Ox вздовж діючої сили (уверх) і знайти формулу для обчислення роботи при переміщенні тіла з точки $x = a$ в точку $x = b$.
- 5) Тому необхідно виконати аналогічні кроки до тих, що виконуються в попередніх задачах.

У кожній точці прикладена сила буде різною, залежною від x : $F = F(x)$.

Відрізок $[0,4]$ розіб'ємо на n рівних частин

$$0 < x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{k-1} < x_k < \dots < x_{n-1} = 4$$

Довжина кожного з відрізків $[x_{k-1}; x_k]$ розбиття дорівнює:

$$x_k - x_{k-1} = \Delta x = \frac{1}{n}$$

Знайдемо інтегральну суму $A_n = F(x_0)\Delta x + F(x_1)\Delta x + \dots + F(x_{n-1})\Delta x$.

При $n \rightarrow \infty$ і $\Delta x \rightarrow 0$, роботу, що виконується на досить малій ділянці можна вважати сталою і такою, що дорівнює, наприклад, значенню функції $F = F(x)$ в лівому кінці відрізка. Вона дасть наближене значення виконаної роботи. Тоді отримаємо, що $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = A$, а отже $A = \int_0^4 F(x)dx$.

Значення сили $F(x)$, що діє на переріз прямокутного паралелепіпеда площею 4 м^2 , визначають вагою шару води, що знаходиться вище цього перерізу. Отже, $F(x) = 4\rho g(4 - x)$, де $x \in [0,4]$, $g \approx 9,8 \text{ М/см}^3$.

б) Таким чином, $A = \int_0^4 4\rho g(4 - x)dx$.

Учням можна запропонувати самостійно за аналогією розв'язати задачу на обчислення роботи змінної сили чи знаходження кількості електрики, давши лише певні вказівки і рекомендації.

Формування в учнів аналогій при вивченні понять сприяє активізації мисленнєвої діяльності школярів, за умови, що нове поняття аналогічно до того, що вивчено раніше. Тож учень

може здогадатися про спільність їх певних властивостей і самостійно «відкрити» для себе нове поняття.

Важливим прийомом ефективнішого засвоєння понять є прийом порівняння. Він сприяє встановленню більш глибоких зв'язків раніше вивченого та нового матеріалу, полегшує засвоєння знань, допомагає бачити аналогії. Порівняння аналогічних понять дає можливість встановити спільні властивості, а також знайти відмінні, що сприяє кращому засвоєнню властивостей нових понять, причому їх запам'ятовуванню і попередженню помилок. Порівнюючи аналогічні поняття, корисно оформляти отримані висновки у вигляді таблиць. Це не тільки полегшує вивчення властивостей нового поняття, але й допомагає привести в систему знання про відоме поняття і нове, аналогічне йому.

Вдало можна сформулювати прийом порівняння для вивчення поняття логарифмічної функції $y = \log_a x$, порівнявши її з раніше вивченою показниковою функцією $y = a^x$. Учні спостерігатимуть, що спільного і відмінного є у розглянутих поняттях, і якнайкраще зможуть засвоїти властивості поняття, яке вивчається.

Введення поняття логарифмічної функції потребує знань поняття логарифма числа b за основою a ($a > 0, a \neq 1$), зв'язку рівностей $\log_a b = x$ та $a^x = b$, властивостей логарифма, поняття оберненої функції. Тому, в першу чергу варто актуалізувати знання про логарифм числа та його зв'язки. Можна запропонувати учням вправи:

- 1) Записати в логарифмічному вигляді рівність:
 - 1) $0,1^2 = 0,01$; б) $(\frac{2}{3})^{-2} = 2,25$; в) $\sqrt[3]{343} = 7$.
- 2) Знайти логарифм числа:
 - а) $\log_{0,2} 25$; б) $\log_a 1$; в) $\log_a \sqrt{a}$.

Необхідно актуалізувати властивості функції та властивості оберненої функції, що впливають з теореми про обернену функцію

Учитель пропонує розглянути функцію $y = 2x + 3$ і знайти до неї обернену. При цьому учні повинні усвідомлювати, що функція може мати обернену, якщо набуває кожного свого значення лише для одного значення аргументу та є монотонною на всій області визначення. Учні знайдуть: $x = \frac{y-3}{2}, y = \frac{x-3}{2}$.

Потім вчитель пропонує іншу функцію $y = 3^x$. Необхідно знайти до неї обернену. Дана функція є монотонно зростаючою на всій області визначення, тому можна знайти обернену. Учні запишуть $x = \log_3 y$ (за означенням логарифма числа), $y = \log_3 x$. Тому в учнів виникає потреба розглянути логарифмічну функцію, «відкрити» її властивості.

Правило-орієнтир прийому порівняння:

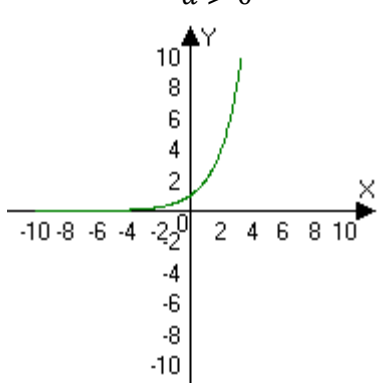
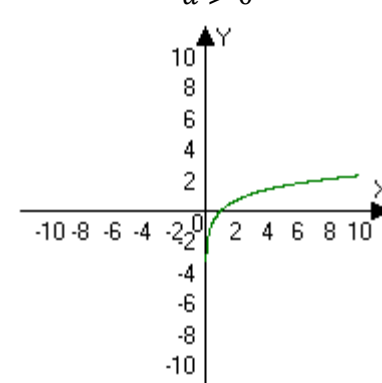
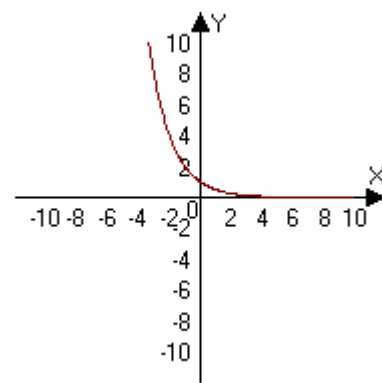
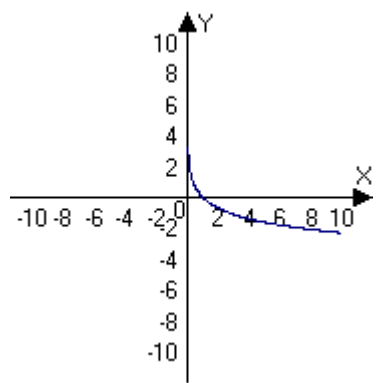
- 1) Метою порівняння є вивчення логарифмічної функції та з'ясування її властивостей.
- 2) Суттєвими ознаками функцій є те, що вони взаємообернені. З цього, як наслідок, випливає, що область визначення однієї функції є областю значень для іншої, а область значення для першої функції є областю визначення для другої.
- 3) Таким чином, функції необхідно порівняти за областю визначення, областю значень, монотонністю на однакових проміжках, парністю та виглядом графіків функцій.
- 4) Встановлюється, що обидві функції монотонно зростають (при $a > 0$) і спадають (при $0 < a < 1$) на своїй області визначення, є не парними, ні непарними.
- 5) Відмінності полягають у тому, які осі координат перетинають графіки функцій. Показникова – перетинає лише вісь ординат і ніколи не перетинає вісь абсцис, логарифмічна ж функція – навпаки перетинає вісь Ox і ніколи не перетинає вісь Oy . Тому й розміщення графіків цих функцій теж різне.
- 6) Тому, на основі зіставлення та протиставлення суттєвих ознак двох обернених функцій вдалося з'ясувати поняття логарифмічної функції.

Якщо вже учні засвоїли прийом порівняння, виведення наслідків з поняття, то під керівництвом вчителя можуть з'ясувати також її властивості. Результатом узагальнення може бути таблиця.

Складання узагальнюючої таблиці учні можуть здійснити як в індивідуальному, так і в груповому режимі. Попередньо треба дати вказівку, за якими ознаками необхідно узагальнити отримані знання логарифмічної та показникової функцій. Це сприятиме закономірностям розвитку мислення в учнів.

Приклад узагальнюючої таблиці на засвоєння поняття логарифмічної функції:

Таблиця 2

Суттєві ознаки	Показникова функція		Логарифмічна функція	
Позначення	$y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)		$y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)	
	$a > 0$	$0 < a < 1$	$a > 0$	$0 < a < 1$
Область визначення	$D(y) = R$	$D(y) = R$	$D(y) = (0; \infty)$	$D(y) = (0; \infty)$
Область значень	$E(y) = (0; \infty)$	$E(y) = (0; \infty)$	$E(y) = R$	$E(y) = R$
Монотонність функції	Зростає на R	Спадає на R	Зростає на $D(y)$	Спадає на $D(y)$
Парність	Не парна, ні непарна		Не парна, ні непарна	
Асимптоти	Вісь Ox		Вісь Oy	
Перетин осей	Вісь Oy в точці $(0; 1)$		Вісь Ox в точці $(1; 0)$	
Графіки функцій	$a > 0$ 		$a > 0$ 	
	$0 < a < 1$ 		$0 < a < 1$ 	

Ця таблиця допоможе учням структурувати і краще запам'ятати навчальний матеріал.

Систематизація і класифікація навчального матеріалу допомагає учням глибше усвідомити зв'язки між поняттями, їхніми властивостями і відношеннями, чіткіше уявити структуру навчального матеріалу і математики в цілому. Усвідомлення системи математичних понять, суджень і умовиводів особливо важливе в разі дедуктивної побудови теорії.

Наприклад, після вивчення тем «Границя числової послідовності», «Нескінченно малі числові послідовності», «Нескінченно великі числові послідовності», «Основні теореми про гра-

ниці» учні можуть провести класифікацію послідовностей, користуючись правилом-орієнтиром:

- 1) Вивчити окремо поняття нескінченно малих, нескінченно великих послідовностей, поняття границі функції.
- 2) Визначити, що всі ці поняття відносяться до родового - послідовність.
- 3) Визначити ті суттєві властивості за допомогою яких послідовності можна класифікувати: обмеженість, збіжність, монотонність.
- 4) Закріпити відношення загального та одиничного в мисленні і зробити дедуктивний висновок.

Результатом такої класифікації може стати наступна схема (рис. 2):

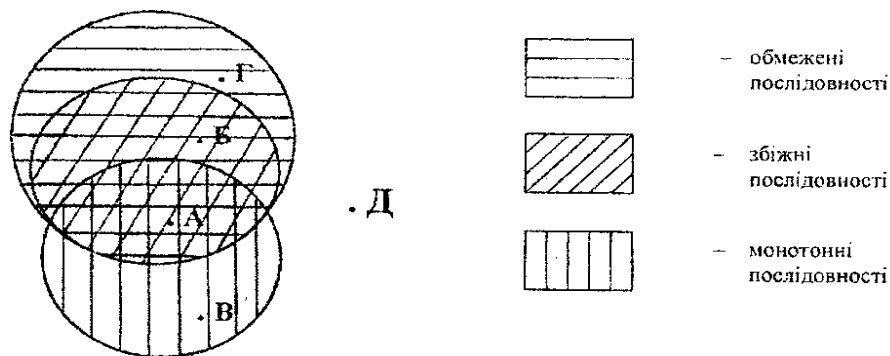


Рис. 2

Як добре видно на схемі, можна виділити п'ять різних типів послідовностей:

- А – обмежені, монотонні, збіжні;
- Б – обмежені, немонотонні, збіжні;
- В – необмежені, монотонні, розбіжні;
- Г – обмежені, немонотонні, розбіжні;
- Д – необмежені, немонотонні, розбіжні.

Дана класифікація сприяє кращому запам'ятання означень послідовностей, полегшує виділення суттєвих ознак.

Учні повинні засвоїти суть класифікації як розбиття множини А на класи еквівалентності – підмножини A_i , що мають такі властивості:

1. $A_i \neq \emptyset$,
2. множини A_i не мають спільних елементів,
3. $A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n = A$.

Розбиття множини відбувається за певною ознакою. Класифікація дає змогу встановити залежність між обсягом родового і видових понять. А це, в свою чергу, сприяє засвоєнню означень понять, тобто їх змісту та основних властивостей.

У процесі формування понять прямим шляхом одночасно відбувається формування одного з прийомів евристичної діяльності та закріплення інших прийомів. Лише при систематичній, наперед спланованій роботі по формуванню прийомів евристичної діяльності учні зможуть застосувати їх в стандартній ситуації та перенести в нестандартну, що й буде свідченням сформованості прийомів евристичної діяльності.

Література

1. Осинская В.Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9-10 классах. / Осинская В.Н. – К.: «Рад. школа», 1998. – 148 с.
2. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е.И. Скафа. – Донецк: Издательство ДонНУ, 2004. – 440 с.
3. Слепкань З.І. Методика навчання математики. Підручник для студентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів / Слепкань З.І. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512с.

УДК 37.01

ПРОЕКТНЕ НАВЧАННЯ У ШКОЛІ: ЗНАЧЕННЯ ТА ДОСВІД

Н.О. Головіна

У сучасній педагогіці поряд з предметним систематичним навчанням використовується так зване проектне навчання, тобто робота над проектом. Популярність цієї технології і її перспективність пояснюються тим, що проект безпосередньо пов'язує процес оволодіння знаннями з певного навчального предмету із реальним його використанням. При цьому проектна діяльність учнів орієнтована не так на інтеграцію фактичних знань, як на їх практичне застосування і отримання нових. У цьому його явна відмінність від звичних занять. Знання перестають бути самоціллю, а стають засобом продуктивного оволодіння культурними зразками мислення, формування індивідуальних мисленнєвих стратегій. Робота над проектом допомагає учням усвідомити роль знань у житті й навчанні.

Проблеми проектного навчання освітлюються в роботах Полат Є. С., Єрмакова І.Г., Матвеевої Л.К., Белявцевої Т.В., Лобас Т.О., Ветрової І.Г., Вербенко В.А., Вербицького В.В., Елькіна М., Ящук С., Даніліної Т.П., Моргорської Є.В. [1, 2, 3] та інших. Особливості учнівської телекомунікаційної діяльності, педагогічні умови використання методу телекомунікаційних проектів розкриваються у працях Морзе Н.В., Дементієвської Н.П. [4, 5].

Метод проектів завжди орієнтований на самостійну діяльність учнів – індивідуальну, парну, групову, яку учні виконують у продовж певного відрізка часу, та спрямований на розв'язання певної проблеми, яка передбачає, з одного боку, використання різноманітних методів, засобів навчання, а з іншого, інтегрування знань, умінь із різних галузей науки, техніки, технології, мистецтва. Результати виконаних проектів повинні бути «відчутними», тобто якщо робота ведеться над теоретичною проблемою, то має бути її конкретне розв'язання, якщо над практичною – конкретний результат, готовий до впровадження [6]. Для досягнення результату учні мають пройти етапи усвідомлення та осмислення проблеми, самостійного розроблення варіантів вирішення, використовуючи наявні та здобуваючи нові знання, прогнозування очікуваних результатів, самооцінки в ході реалізації проекту, внесення корективів у план дій, аналізу досягнутого, рефлексії.

Комплексний, інтегративний характер проектної роботи дозволяє учневі вибудувати свою унікальну картину світу, «збираючи» для цього знання з «різних комірок банку даних». Це означає, що сформовані в навчальному процесі знання, навички та вміння перестають бути «нічийними», «розрізненими», вони органічно присвоюються учнями. Таким чином, освітній процес в проектно-орієнтованому навчанні будується не в логіці навчального предмета, а в логіці діяльності, що має для учня особистісний сенс, що підвищує його мотивацію і робить процес оволодіння предметним знанням особистісно значущим.

Проблемна, дослідницька, конструктивна за своєю суттю проектна діяльність вимагає від учнів уміння міркувати, зіставляти різні точки зору, формулювати й аргументувати власну позицію, спираючись на знання фактів і закономірностей досліджуваного явища, на свій і чужий досвід. Вона формує здатність мислити ефективно і нестандартно, що сприяє розвитку в учнів:

- концептуального мислення, тобто вміння мислити системно, так як будь-який проект передбачає певний задум і послідовність дій для його реалізації;

- етичного мислення, тобто вміння мислити гуманно, вибудовуючи певні суб'єкт-суб'єктні відносини, де визнається суверенність кожного учасника цієї діяльності, активність кожного члена команди (у проекті можуть брати участь усі, незалежно від здібностей та рівня знань);
- стратегічного мислення, тобто вміння мислити поетапно, на найближчу перспективу, прогнозуючи свої дії;
- тактичного мислення, тобто вміння впливати на іншого суб'єкта і захопити його своєю справою. Це стосується і кожного члена команди, і вчителя як ініціатора та координатора проєктної діяльності;
- вербального мислення, тобто вміння використовувати мовний та мовленнєвий матеріал у відповідному контексті, освоюючи великий обсяг лексичного матеріалу і опановуючи певними мовними навичками й уміннями;
- оперативного мислення, тобто вміння мислити гнучко, будучи в колективній взаємодії можливість пошуку найбільш вдалого вирішення проблеми;
- рефлексивного мислення, тобто вміння мислити критично на етапі узагальнення та аналізу діяльності [6].

Робота над проектом передбачає певну послідовність дій, що включають проблематизацію, цілепокладання, планування, розробку, презентацію, самоаналіз і рефлексію. Це дозволяє учням освоювати всі компоненти навчальної діяльності і розвивати наступні необхідні для виконання проекту вміння:

- 1) рефлексивні: осмислювати завдання, для вирішення якого недостатньо знань, аналізувати свою діяльність і діяльність всієї команди, ставити нові цілі і завдання;
- 2) дослідні: висувати гіпотези, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, генерувати нові ідеї, самостійно знаходити інформацію, якої бракує, шукати кілька варіантів вирішення проблеми;
- 3) менеджерські: проектувати процес, приймати рішення і прогнозувати їх наслідки, аналізувати власну діяльність (її хід і проміжні результати);
- 4) комунікативні: працювати у співпраці, вступати в діалог, висловлювати та аргументувати свою точку зору, знаходити компроміс;
- 5) презентаційні: вести монологічну мову використовувати різні засоби наочності при захисті проекту, відповідати на незаплановані питання [8].

Пошук найбільш ефективних форм організації спільних проєктів на основі співробітництва призвів до появи телекомунікаційних проєктів.

Ефективним у навчальному процесі, як свідчить світовий досвід, є використання саме комунікаційних можливостей всесвітньої мережі, тобто спеціально організованої навчальної діяльності, у якій учасники з різних регіонів міста, країни, різних країн світу разом співпрацюють над цікавою для всіх проблемою, навчальним завданням, обмінюючись за допомогою швидкодіючої мережі не тільки результатами своєї діяльності, а й методами дослідження, обговорюючи проміжні результати, спілкуючись з опонентами й однодумцями.

Ідея використання методу телекомунікаційних проєктів виникла в системі освіти багатьох країн світу не від бажання залучення новітніх, престижних педагогічних технологій, а з усвідомлення прогресивними педагогами світу необхідності і значущості міжнаціональних регіональних зв'язків молоді та педагогів з тим, щоб надбання різних освітніх систем, методичних і педагогічних концепцій, а також загальнолюдські цінності, зрозумілі та прийнятні в різних кутках світу, знайшли своє реальне втілення та стали пріоритетними в системах шкільної освіти цих країн і народів, для визнання необхідності розуміння різних культур, що може стати основою їх порозуміння та виживання людства.

Навчальний телекомунікаційний проєкт — це спільна навчально-пізнавальна творча або ігрова діяльність учнів-партнерів, організована на основі комп'ютерної телекомунікації, яка має спільну мету — дослідження деякої проблеми, узгоджені методи, способи діяльності, спрямована на досягнення спільного результату діяльності. [7, с. 80] Тематика і зміст телекомунікаційних проєктів повинні бути такими, щоб їх виконання цілком природньо вимагало залучення комп'ютерних телекомунікацій. Іншими словами, далеко не будь-які проєкти, якими б цікавими

і практично значущими вони не здавалися, можуть відповідати характеру телекомунікаційних проєктів.

Особливістю телекомунікаційних проєктів є їх між предметність, оскільки рішення будь-якої проблеми з теми проєкту вимагає залучення інтегрованого знання.

На сьогодні існують декілька національних, регіональних та міжнародних програм, які запроваджують використання нових інформаційних технологій для створення різноманітних проєктів, у яких беруть участь учні та вчителі середніх шкіл. Це такі програми як EuroSchoolNet, OrillaOrilla, GLOBE.

Цікавим є досвід застосування проєктного методу з застосуванням комп'ютерних телекомунікацій, у програмі I*EARN (International Educational And Resource Network). Це міжнародна дитяча організація, яка вже близько 25 років об'єднує учнів та освітян понад 140 країн світу, які разом співпрацюють у громадянських, екологічних, наукових та художніх проєктах. З основними ідеями та описами телекомунікаційних проєктів можна познайомитися на Вебсторінці <http://www.earn.org> (рис. 1).



Рис. 1



Рис. 2

«Навчаймо й навчаймося з радістю і натхненням!» — це девіз українських учителів та учнів, учасників цієї програми. В Україні програма почала впроваджуватися з 1998 року, зараз вона координується громадською організацією Ресурсно-методичний центр «АЙОРН», а починалася вона за підтримки Міжнародного Фонду «Відродження» разом з українськими вчителями-дослідниками та науковцями. Національна мережа I*EARN–Україна об'єднує зараз близько сотні шкіл з різних регіонів України <http://www.earn.edukit.org.ua> (рис. 2).

За ці роки українські вчителі й учні, учасники програми I*EARN–Україна, брали участь в 47 міжнародних проєктах, розробили та запровадили 65 національних проєктів українською мовою. З описами проєктів, реалізованих в Україні, ви можете ознайомитися на www.earn.org.ua (рис. 3).

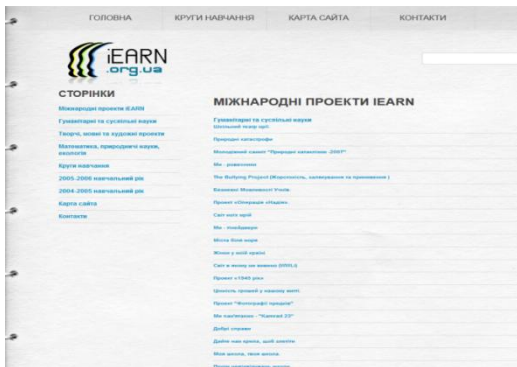


Рис. 3

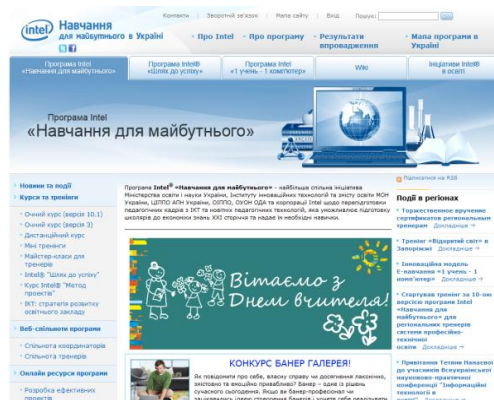


Рис. 4

Українські вчителі разом з освітянами інших країн світу беруть активну участь у потужному русі за демократичні зміни в освіті, подолання стереотипів та застосування нових телекомунікаційних технологій у навчальному процесі та позашкільній діяльності. Учасники проектів створюють електронні журнали, досліджують екологічний стан планети, пишуть твори та різноманітні творчі роботи за заданою тематикою. Українські школярі працювали в таких проектах як LocalHistory, MyFamily, InternationalFoods, Inside, PlanetaFriendship, Традиції народів світу. Найпопулярнішими серед освітян нашої країни були міжнародні проекти «Закони життя», «Я і мій домашній улюбленець», «Круги навчання», «Ведмедик», «Чи маємо ми запасну планету?», «Голокост\Геноцид», «Інформатика для допитливих» та ін.

Можливості телекомунікації дозволяють усім учасникам одночасно отримувати всі повідомлення, які надходять за проектом. Учні надсилають тексти, фотографії, малюнки. Таким чином, створюється певне особливе комунікативне середовище, у якому не лише задовольняються актуальні інтереси й потреби підлітків, а й створюються умови для їхнього навчання і самовдосконалення.

Суттєвою рисою телекомунікаційних проектів є можливість участі у цікавій роботі всіх учнів класу, а не лише більш здібних. Підвищена відповідальність за результати своєї діяльності, швидкість обміну інформацією, творчість та можливість самовираження створюють потрібну мотивацію до використання Інтернету в навчальному процесі для вчителів і учнів.

Наприклад, всеукраїнський телекомунікаційний проект «Мандрівка російської мотрійки через Україну в Японію», (координатор Т. Спориніна, м. Чернівці), у якому взяли участь 17 шкіл України. Діти вивчали українські орнаменти, техніку розпису та виготовлення дерев'яних ляльок, спілкувалися через Інтернет, обмінювалися і узагальнювали досвід (брали участь учні із села Сухополова Прилуцького району) [9].

Цікавим і актуальним був всеукраїнський соціальний проект «Світло нашої надії» зі створення Веб-сайтів для дітей з обмеженими можливостями (координатор Дементієвська Н.П., м. Київ), у якому брали участь 22 школи України (<http://www.canproject.narod.ru/Smila/home.htm>) [9].

Для того, щоб стати учасником, або й організатором телекомунікаційного проекту існують певні процедури, про які домовляються учасники мережі, або потенційні учасники проектів самостійно. Наприклад, щоб стати учасником проекту за програмою I*EARN потрібно спочатку звернутися до координатора країни. Один раз на рік, на початку учбового року іде прийом нових шкіл, членів програми. Рішення про членство приймає Рада координаторів програми у вересні місяці.

Важливим кроком в освітньому просторі України, який направлений на підготовку школярів до економіки знань у XXI сторіччі на основі дослідницької та проектної діяльності стали освітні програми Intel спрямовані саме на те, щоб допомогти освітянам ефективно використовувати інформаційно-комунікаційні технології в своїй повсякденній роботі.

Протягом останніх 7 років в Україні успішно впроваджуються серед освітянського загалу три міжнародні освітні програми Intel:

- Intel «Навчання для майбутнього» – для працюючих та майбутніх учителів,
- Intel «Шлях до успіху» – для дітей,
- IntelISEF (конкурс науково-технічної творчості школярів, майбутніх вчених) – для талановитої молоді.

Програма Intel® «Навчання для майбутнього» (iteach.com.ua рис. 4) – сучасна система підготовки та перепідготовки педагогічних кадрів за новітніми інтерактивними, визнаними у 39 країнах світу методиками, зміст якої було локалізовано та адаптовано до Державних стандартів освіти України. Програма має міжнародний сертифікат та відповідає міжнародним стандартам. Програма ефективно впроваджується також у Німеччині, Австрії, Японії, Кореї, Австралії, Італії, Ізраїлі, Аргентині, США та ін. Ця програма неодноразово отримувала срібні медалі на виставці «Сучасна освіта в Україні», а також відзначалася різними дипломами та грамотами Міністерства освіти і науки України.

Як відзначають координатори проекту, ефективність реалізації зазначеної програми, а відповідно і застосування компетентнісного підходу задля набуття учнями навичок XXI сторіччя, залежить від:

1. *Наявності спільноти* компетентних щодо ефективного застосування технологій дослідницької та проектної діяльності людей, які поділяють основні ідеї та положення програми і виявляють готовність до їх поширення. Подібну спільноту неможливо створити адміністративним способом; цей процес доволі складний та пролонгований у часі відбувається шляхом мережної взаємодії її учасників (координатори, тренери, вчителі, учні та ін.).

2. *Наявності бази проектів*, що виступають у ролі орієнтирів при організації діяльності учасників програми з одного боку, та конкретних результатів, за якими можна проводити моніторинг впровадження та розвитку програми у конкретних навчальних закладах, з іншого.

3. *Наявності системи управління та адекватної системи критеріїв* результативності та ефективності реалізації програми.

4. *Побудови системи поширення досвіду* впровадження та нових ініціатив корпорації шляхом реалізації інноваційно-мережного принципу трансляції, що базується на особистісній передачі досвіду та навичок ефективної організації навчального процесу між об'єктами соціальної мережі – школами, закладами ПТО, ВН та іншими учасниками програми.

Саме проблемі формування такої спільноти на даному етапі і присвячена діяльність програми: здійснюється підготовка та перепідготовка педагогічних кадрів за новітніми інтерактивними методиками через проведення тренінгів на яких розробляються проекти з різних навчальних дисциплін, які додаються до бази проектів. Ці проекти знаходять у вільному доступі на сайті <http://wiki.iteach.com.ua> (рис. 5) та можуть бути використані іншими вчителями в освітньому процесі в урочний та позаурочний час.

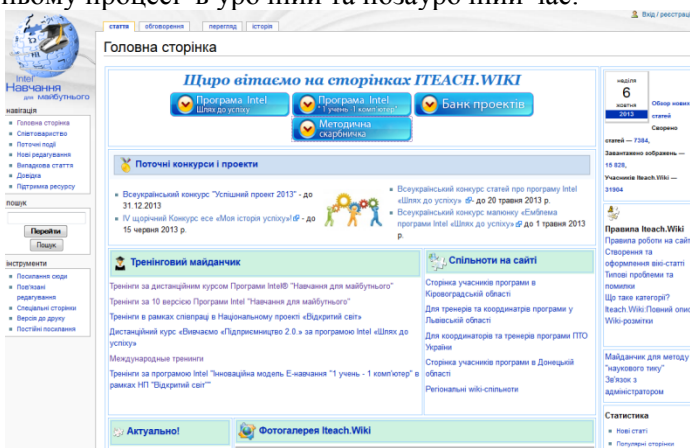


Рис. 5

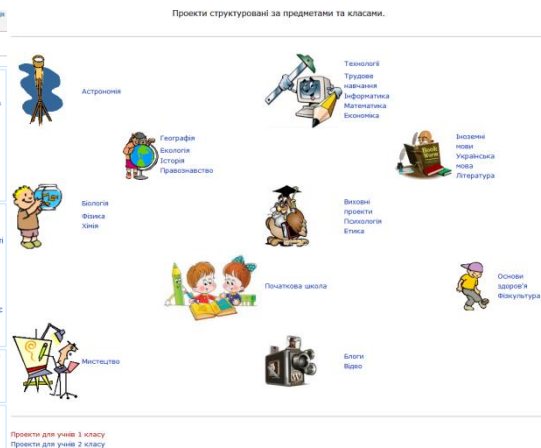


Рис. 6

Стрімкий розвиток телекомунікаційних технологій, всесвітньої мережі Інтернет, їх активне використання в освітньому процесі доводять, що самі по собі технології не можуть вирішити основних завдань сучасної національної освіти: підвищити її якість, виховати людину гуманну, культурну, здатну саморозвиватись та самовдосконалюватись. Для цього необхідні нові методичні форми, нові науково-практичні підходи і методи, навчальні матеріали, налагодження оперативного обміну інформацією між різними освітніми ланками щодо використання телекомунікаційних технологій.

Отже, телекомунікаційна проектна діяльність постає як така, що здатна поєднати в собі і виховний, і навчальний аспекти освітнього процесу, а також забезпечити підвищення фахових компетентностей педагогів, які будуть включені у цю діяльність. Залучення учнів до участі у телекомунікаційних проектах дозволить формувати в них навички системного та критичного мислення, осмислення інформації, яку вони отримують з мережі Інтернет, та перетворення їх у власні знання, сформує ціннісне ставлення до авторської інформації та авторського права, навчить швидко і адекватно реагувати на постійні зміни інформаційного суспільства. Групова і міжособистісна взаємодія, яка є обов'язковим атрибутом проектно-ї діяльності, сприятиме розвитку самостійності, відповідальності, вміння працювати в команді та приймати рішення, набуттю досвіду соціальних дій. Метод телекомунікаційних проектів відкриває широкі педагогічні можливості для формування комунікативної культури старшокласників.

Література

1. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учеб. пособие / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева и др. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 272 с.
2. Нісімчук А.С., Падалка О.С., Шпак О.Т. Сучасні педагогічні технології. – К.: Просвіта, 2000. – 368 с.
3. Пехота О.М. Проектна технологія // Освітні технології / За ред. О.М.Пехоти. – К., 2004. – С. 148-162.
4. Морзе Н. В., Дементієвська Н. П. Телекомунікаційні проекти: стан та перспективи // Комп'ютер в школі та сім'ї – 1999. – №4. – С. 17-19.
5. Морзе Н.В. Метод навчальних проектів [Електронний ресурс] /Н.В. Морзе// Вісник програм шкільних обмінів. – 2008. – Режим доступу: <http://www.visnyk.iatp.org.ua>
6. Крылова Н.Б. Проектные (продуктивные) методы против классноурочной организации образования // Школьные технологии.– 2004. – № 5.
7. Морзе Н.В. Методика навчання інформатики: Навч. посібник: У 3 ч. / М.І. Жалдак (ред.). – К.: Навчальна книга, 2004. – Ч. 1: Загальна методика навчання інформатики. – К.: Навчальна книга, 2004. – 256с.
8. Мосина М. Мультимедийный проект – средство интерактивного обучения // Высшее образование России. – 2008. – № 6. – С. 68-72.
9. Анісімов Ю.Б. Навчальні телекомунікаційні проекти в школі // Комп'ютер у школі та сім'ї, – 2006. – №8. – С.40-42.
10. Проектна діяльність у школі / Упоряд. М. Голубенко. – К.: Шк. світ, 2007. – 128с.

УДК 53.378

ОСОБЛИВОСТІ РОЗВИТКУ САМОСТІЙНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ ПІД ЧАС УРОКІВ-ЛЕКЦІЙ З ФІЗИКИ

В.М. Закалюжний

У психолого-педагогічній та методичній літературі значна увага приділяється мотиваційній та активізуючій ролі самостійної роботи учнів, як методу навчання. Цю проблему тією чи іншою мірою досліджували Б.П. Єсіпов [4], Ю.К. Бабанський [3, с. 43], А.М. Алексюк [1], П.І. Підкасистий [7], Б.А. Сусь [10] та ін. За визначенням, яке дав Б.П. Єсіпов, самостійна робота учнів – «це така робота, яка виконується без прямої участі вчителя, але за його завданням у спеціально відведений для цього час. При цьому вони свідомо намагаються досягнути поставленої в завданні мети, докладаючи зусиль і виражаючи в тій чи іншій формі результати розумових чи фізичних дій» [4, с. 34].

Звернемо увагу на той факт, що в процесі розвитку педагогічної науки трактування поняття самостійної роботи учнів постійно розширюється, усе більше відтіняючи її психолого-педагогічне значення.

Так П.І. Підкасистий та А.М. Алексюк вважають, що самостійна робота має місце не лише в спеціально відведений час, а й під час аудиторних занять – під час слухання лекції, на практичних і лабораторних заняттях з природничих дисциплін, у ході розв'язування задач. На їх переконання самостійна робота повинна бути спонукаючим та активізуючим елементом будь-якого навчального заняття [7, с. 45].

Б.А. Сусь, розвиваючи цю ідею, наголошує на тому, що самостійна робота – це насамперед самостійне мислення, а самостійне мислення може мати місце під час різних форм навчальних занять під безпосереднім керівництвом учителя й без нього [9, с. 18].

Отже, самостійна робота повинна пронизувати весь навчальний процес. Це, на думку І.Я. Лернера, є необхідною умовою її ефективності [6, с. 94].

У методичній літературі з фізики значна увага приділяється організації різних форм самостійної роботи учнів, під час уроків засвоєння практичних умінь і навичок, контролю та корекції знань, умінь та навичок учнів, під час позаурочних занять і, нажалю, недостатньо

– під час вивчення нового матеріалу. Проблема організації самостійного мислення учнів на уроках-лекціях, взагалі, залишається поза увагою, хоча в деяких загальноосвітніх навчальних закладах ця форма організації навчальних занять в старших класах вже є усталеною.

Те, що вчителі все частіше звертаються до лекційної форми організації уроку вивчення нового матеріалу, обумовлено об'єктивною причиною: невідповідністю ліміту часу, що відводиться на вивчення програмного матеріалу його обсягам. За таких обставин, намагаючись виконати програму, з усього наявного арсеналу форм та методів навчання вчителі обирають ті, що забезпечують економію часу. Саме ця причина спонукає вчителів все частіше, всупереч вченню психологічної науки про вікові особливості учнів, будувати навчальний процес з фізики за вузівською схемою, коли лекційні заняття чергуються з практичними.

Але, дослідження психологів показують, що традиційна лекція, коли вчитель розповідає та диктує, а учні слухають та записують, ніякою мірою не сприяє самостійному мисленню учнів і, відповідно, має низьку ефективність у сенсі засвоєння учнями основного змісту лекції: учні засвоюють від 10% до 20% інформації, тоді, як після самостійного читання - 30%, після активного спостереження процесу – 50%, а після засвоєння практичних дій – 90% [2, с. 157]. Лекція є формою швидкої подачі великих обсягів навчального матеріалу, а не сприйняття його учнями!

Виходячи з вищесказаного, виникає запитання: може лекція, як форма організації шкільного уроку фізики не повноцінна з позицій розвитку мислення учнів і не варта широкого впровадження в навчальний процес? Щоб дати відповідь на це запитання слід розібратися з особливостями та основними причинами низької ефективності лекційної форми організації уроку.

Одна з причин полягає, перш за все, в тому, що учень вимушений здійснювати одночасно дві форми діяльності – розумову і механічну, а таке поєднання є надзвичайно складним для школярів і доступне лише учням з високою розумовою активністю та високим рівнем навчальної мотивації.

Як відомо, В.Ф. Шаталов ніколи не диктував під запис і не вимагав конспектувати всю його розповідь. Для конспектування основного змісту навчального матеріалу відводився певний час після закінчення лекційного блоку, його всебічного аналізу, чи обговорення. Тим самим В.Ф. Шаталов досягав повнішого усвідомлення матеріалу учнями та глибшого його засвоєння [10].

В багатьох європейських країнах вчителі перед уроком роздають учням готові тексти лекцій, позбавляючи їх необхідності конспектувати. Така форма проведення занять набуває все більшого поширення і в Україні. Але і вона, порівняно із самостійним складанням конспектів, має істотний недолік: виключається з роботи моторна пам'ять учнів, гірше запам'ятовуються логічно-структурні зв'язки, що негативно відбивається на засвоєнні змісту лекції.

Ще одна важлива причина неефективності сприйняття навчального матеріалу на лекціях пов'язана з відомим у психології законом обмеженості обсягу первинного сприйняття інформації. Безупинний потік інформації, що надходить від вчителя протягом години, чи більше, виснажує нервову систему учня і він втрачає здатність до самостійного мислення і усвідомленого сприйняття змісту лекції, і тоді вся його робота зводиться до механічного записування слів за лектором та копіювання записів з дошки.

Які ж шляхи удосконалення шкільних уроків – лекцій в контексті розвитку самостійного мислення учнів?

Аналіз даних психолого-педагогічної літератури дає підстави для формулювання таких висновків.

По-перше, шкільна лекція повинна бути обмеженою в часі. Особливо, якщо заняття проводяться за вузівською системою – парами. В роботах відомого психолога Фурмана А.В. показано, що після 33 хвилини після початку заняття активність мислення і працездатність учнів різко спадають, а після 40-ї хвилини настає стан байдужості до всього, що діється в аудиторії. Отже, лекційний блок бажано варіювати з іншими формами організації уроку.

По-друге, увільнити учнів від того, що перешкоджає сприйняттю інформації – від безперервного конспектування за лектором. Для цього можна використати опорні конспекти (за Шаталовим) чи, навіть, роздавати учням повні тексти лекцій перед відповідними заняттями. За наявності в школі якісних підручників фізики вчитель може побудувати лекцію таким чином, щоб основний зміст її корелював (не копіював!) із змістом шкільного підручника. У такому випадку є можливість ефективно використовувати ілюстративний матеріал підручника, деякі питання можна розглядати поглиблено, а деякі – поверхнево, залишивши їх на самостійне опрацювання учнями тощо. Учні можуть під час лекції за підручником прослідкувати структуру і основний зміст лекції, що позитивно впливає на формування і закріплення логічно-структурних зв'язків в мозку учнів.

По-третє, вчитель повинен під час лекції максимально використовувати активізуючі можливості демонстраційного експерименту та технічних засобів навчання.

По-четверте, необхідно посилювати первинне сприйняття лекційного матеріалу повторним його варіативним викладанням на цьому ж занятті, забезпечивши свободу спілкування учнів із вчителем. Інтерактивність є однією з найважливіших умов забезпечення активного мислення учнів протягом усього уроку.

По-п'яте, лекція не повинна бути монотонною, оскільки монотонність призводить до гальмування самостійного мислення учнів і переходу до простого фіксування неусвідомленої інформації. Слід зазначити, що і надто емоційне викладання навчального матеріалу може давати негативні наслідки: захопившись розповіддю вчителя, учні, втрачають самоконтроль, забувають про необхідність скласти конспект. Отже, вчитель повинен стримувати власні емоції, варіювати темп мовлення, змінювати інтонацію, тощо.

По-шосте, важливим фактором розвитку самостійного мислення учнів під час уроку-лекції є використання вчителем елементів проблемності.

Отже, підводячи підсумок, зазначимо, що ефективність уроку - лекції, як і інших форм організації навчальних занять з фізики, значною мірою залежить від якості її підготовки. Причому, очевидно, мова йде не стільки про зміст, як про сукупність організаційних форм, методів навчання та педагогічних прийомів, застосованих вчителем.

Багаторічний досвід використання уроків-лекцій вчителями фізики Ніжинського міського ліцею Ніжинської міської, стабільно високі результати випускників ліцею із ЗНО, успішні виступи учнів ліцею в фізичних олімпіадах та конкурсах переконливо свідчать про високі потенційні можливості уроку-лекції в контексті розвитку самостійного мислення учнів та глибокого засвоєння програмного навчального матеріалу.

Література

1. Алексюк А.М. Загальні методи навчання в школі. – К.: Рад. Школа, – 1976. – 264 с.
2. Алексюк А.М. Педагогіка вищої школи.- К.: ІСДО, 1993. - 310 с.
3. Бабанский Ю.К. Методы стимулирования учебной деятельности школьников // Советская педагогика. – 1980. – № 3.– С. 8-14.
4. Есипов Б.П. Самостоятельная работа учащихся на уроках.– М.: Учпедгиз, 1961. – 239 с.
5. Зимняя И.А. Педагогическая психология. Учебник для студентов вузов по педагогическим и психологическим направлениям. –М.: Логос, 1998. – 299 с.
6. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. – М.: Педагогика, 1981. – 185 с.
7. Педагогика: уч. пособие / Под ред. П.И. Пидкасистого. – М., 1996. – 482 с.
8. Современный урок физики в средней школе. Под ред. В.Г. Разумовского и Л.С. Хижняковой. – М.: Просвещение, 1983. – 224 с.
9. Сусь Б.А. Дидактичні та методичні основи активізації самостійної діяльності студентів при різних формах занять з фізики. – К., 1996. – 186 с.
10. Шаталов В.Ф. Точка опоры. – М: Педагогика, 1987. -160 с.

УДК 004.42(075.8)

ЩОДО ВИКЛАДАННЯ ТЕМИ «РЕКУРСІЯ»**В.В. Іванов**

Згідно з Освітньо-професійною програмою (ОПП) підготовки бакалаврів галузі знань 0403 «Системні науки та кібернетика» напряму підготовки 040302 «Інформатика» [1]:

1. Змістовий модуль «Рекурсія» у складі дисципліни «Дискретна математика» забезпечує:
 - а) вміння розробляти математичні моделі об'єктів і процесів інформатизації, використовуючи методи формального опису систем, математичної логіки, моделювання та системного аналізу на основі результатів проведених досліджень;
 - б) вміння використовувати, розробляти та досліджувати математичні методи та алгоритми обробки даних (статистичні, алгебраїчні, комбінаторні, теоретико-інформаційні та інші);
 - с) вміння використовувати, розробляти та досліджувати алгоритми функціонування комп'ютеризованих систем методами неперервної, дискретної математики, математичної логіки тощо.
2. Змістовий модуль «Рекурсія в мовах програмування» у складі дисципліни «Теорія програмування» забезпечує:
 - а) володіння методами опису основних понять програмування;
 - б) вміння задавати семантику та синтаксис конструкцій мов програмування;
 - с) вміння розробляти програмне забезпечення комп'ютеризованої системи з використанням технологій програмування, заснованими на структурній, об'єктно-орієнтованій, компонентній, аспектно-орієнтованій, сервіс-орієнтованій, мультіагентній, розподіленій, логічній та інших парадигмах.

Проте, згадані змістові модулі відсутні в дисциплінах «Алгоритми та структури даних» та «Програмування», де вони природно очікувані, оскільки, саме ці дисципліни призначені для формування вмінь.

Засвоєння суто абстрактних означень поняття рекурсії на чисто математичних прикладах безперечно необхідне для повноти теоретичної підготовки студентів, але явне включення згаданих змістових модулів в дисципліни «Алгоритми та структури даних» та «Програмування» для ґрунтовного розгляду цього поняття з прикладної точки зору було б доцільним з огляду на забезпечення вимог відповідної освітньо-кваліфікаційної характеристики.

Рекурсія лежить в основі будови складених структур даних, таких як: зв'язні списки, бінарні дерева, структури інших топологій. Рекурсивно визначені дані потребують і відповідних алгоритмів для роботи з ними (пошукові алгоритми, сортування тощо). Мови програмування самі є рекурсивно визначеними. Тому лексичні і граматичні аналізатори сучасних компіляторів (системне програмування) теж рекурсивні.

Розширення областей застосування рекурсії в сучасних інформаційних технологіях пояснюється різким сплеском потужностей і ресурсів обчислювальних систем і, перш за все, – внутрішньої пам'яті. Зростання обсягу вільної пам'яті, що надає процесу операційна система, дозволило перенести дані в динамічну пам'ять, яка й вимагає їх рекурсивної організації. Відповідно змінилося інструментальне програмне забезпечення. Сучасні універсальні мови програмування надають програмістові потужні засоби роботи з динамічною пам'яттю, а проблемно-орієнтовані мови програмування працюють з нею за замовчуванням.

Окрім алгоритмів роботи з рекурсивно визначеними даними самостійно рекурсивними є алгоритми, що реалізують процеси і методи рекурсивні за своєю суттю, серед яких багато ігрових, керуючих. Крім того заміна ітераційних алгоритмів рекурсивними дозволяє в рази скоротити програму (а можливо і пришвидшити її) – це позитивна властивість рекурсивних програм.

Зрозуміло, для сучасного програміста вільне володіння прийомами застосування рекурсії вже не є просто можливістю написати короткий «красивий» код – це вимога часу.

Але застосування рекурсії в інформаційних технологіях має й негативні властивості – складність і апаратні обмеження. Тому алгоритмізація рекурсивних задач і їх кодування в програмах вимагає спеціальної підготовки, а саме:

1. Оволодіння специфічним «програмістським» поглядом на рекурсивні конструкції і відповідні алгоритми з точки зору логічної архітектури обчислювальної системи (це щось подібне до інженерного просторового уявлення конструктора).
2. Поглиблене вивчення аспектів, що стосуються обмеження глибини рекурсії внаслідок не рекурсивної суті обчислювальних систем і обмеженості стека в адресному просторі процесу.
3. Вивчення класичних рекурсивних алгоритмів і їх реалізації в програмних кодах, наприклад, у поданні апологета структурного програмування Н. Вірта [2].

Таким чином, для забезпечення перелічених в ОПШ умінь при наступній модифікації ОПШ необхідно:

- a) з дисципліни «Алгоритми і структури даних» виключити суто теоретичний змістовий модуль «Оцінки складності алгоритмів, класифікація алгоритмів за складністю. NP-повнота алгоритмів.» і включити його в блок змістових модулів «Теорія алгоритмів» дисципліни «Математична логіка та теорія алгоритмів», що буде природним;
- b) в дисципліну «Алгоритми і структури даних» включити змістовий модуль «Рекурсія»;
- c) в дисципліну «Програмування» включити змістовий модуль «Рекурсія в мовах програмування».

Література

1. Освітньо-професійна програма підготовки бакалаврів галузі знань 0403 «Системні науки та кібернетика» напряму підготовки 040302 «Інформатика», кваліфікація 3121 «Фахівець з інформаційних технологій». Видання офіційне. Міністерство освіти і науки України. Київ 2010.
2. Вирт Н. Алгоритмы + структуры данных = программы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 406 с., ил.

УДК 53.07

ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НА УРОКАХ ФІЗИКИ

В.А. Ігнатенко, С.І. Карпенко, Л.М. Кнорозок

Педагогічна майстерність — це високе мистецтво навчання і виховання, що постійно вдосконалюється, доступне кожному педагогу, основу якого складають професійні знання, вміння і здібності.

А.Макаренко

Сучасний вчитель для підвищення ефективності праці повинен володіти основами інформаційних технологій, мати уявлення про найбільш поширену в даний час операційну систему Windows, уміти працювати з комп'ютерними програмами, зокрема, Word, Excel, Power Point, користуватися Інтернетом. Причин комп'ютеризації навчання можна назвати багато. Людина, що освоїла персональний комп'ютер (ПК), швидко переконається, що з його допомогою писати, малювати, креслити і робити безліч інших справ можна продуктивніше, ніж без нього. Набрати на комп'ютері і роздрукувати на принтері завдання для контрольної роботи значно швидше і зручніше, ніж писати їх вручну. Один раз введені в пам'ять комп'ютера, вони можуть бути роздруковані, причому у разі потреби зміст завдань легко відкоригувати. Комп'ютер, що має доступ до Інтернету, може допомогти вчителю, учневі в здобутті всілякої корисної додаткової інформації.

Важливим етапом застосування інформаційно-комунікаційних технологій є використання засобів мультимедіа. (Поняття мультимедіа означає поєднання у межах одного документа або програми елементів, що діють на різні органи відчуттів. Це відео, аудіо, графічна інформація). Використання мультимедійних засобів дозволяють не лише підтримувати в учнів пізнавальну діяльність, а й осучаснити предмет, зробити його більш наочним і як наслідок доступним для сприйняття. Можна назвати велику кількість позитивних моментів використання на уроках мультимедійних засобів, але зупинимося на найважливіших:

- яскраві, красиві, динамічні образи предметів та фізичних явищ і процесів швидко і надовго запам'ятовуються;
- користуючись властивістю рухливості зображень, є можливість їх змінювати, переходити до попереднього моменту, повторити його і так далі;
- за допомогою мультимедіа є реальна можливість відтворення таких процесів і явищ, які раніше учні могли представити лише за допомогою своєї уяви, спираючись на абстрактне мислення;
- використання мультимедіа створює позитивну атмосферу на уроці, що впливає на покращення сприйняття інформації учнями.

Фізика – наука експериментальна, і при її вивченні необхідно використовувати досліди. Комп'ютер виступає як частина дослідницької установки, лабораторного практикуму, на ньому можна моделювати різні фізичні процеси.

Добре відомо, що курс фізики середньої школи включає розділи, вивчення і розуміння яких вимагає розвиненого образного мислення, умінь аналізувати, порівнювати. Насамперед мова йде про такі розділи, як «Молекулярна фізика», деякі розділи «Електродинаміки», «Ядерна фізика», «Оптика» і ін. Багато явищ в умовах шкільного фізичного кабінету не можуть бути продемонстровані. Наприклад, явища мікросвіту, або процеси, що швидко протікають, або досліди із приладами, відсутніми в кабінеті. У результаті учні зазнають труднощів під час вивчення певних тем, оскільки не в змозі їх уявити. Комп'ютер може не лише створити модель таких явищ, а й дозволити змінювати умови протікання процесу, «прокрутити» із оптимальною для засвоєння швидкістю. Для глибокого розуміння учнями явищ і процесів, описаних в даних розділах, вчителю необхідно використовувати персональний комп'ютер, з'єднаний з необхідним фізичним устаткуванням, проектором, мультимедійною дошкою, телевізором.

Застосування в навчанні комп'ютерних технологій дає змогу:

- формувати природничо – наукову картину світу;
- розвивати образне мислення учнів завдяки використанню широких можливостей надання інформації;
- розвивати творче мислення учнів унаслідок використання динамічних багатомірних методів обробки і надання інформації;
- розробляти нові методи навчання, орієнтовані на індивідуальні пізнавальні можливості особистості.

Сучасна фізика стала ще й «комп'ютерною» наукою: фізик – експериментатор використовує комп'ютер як невід'ємну частину дослідницької установки, фізик – теоретик працює з ним для моделювання досліджуваних явищ, обидва звертаються до комп'ютерних баз даних. Тому повноцінне вивчення фізики передбачає включення комп'ютера в навчальний процес.

Під час викладу нового матеріалу комп'ютер дає змогу супроводжувати його динамічними ілюстраціями, комп'ютерними моделями, текстами і відеофрагментами. Комп'ютерні моделі оживляють матеріал, забезпечують демонстрацію того, що не вдається показати в натуральному експерименті чи важко сприймається на статичних малюнках. Саме інтерактивність комп'ютерних моделей додає процесу навчання нових можливостей. Найдоцільнішим є використання комп'ютерних моделей для демонстрацій під час пояснення нового матеріалу чи розв'язування практичних задач. Наприклад простіше, наочніше і краще показати за допомогою комп'ютерної моделі перехід електрона по енергетичних рівнях за моделлю Бора, ніж це робити на дошці за допомогою крейди. Завдяки комп'ютерним моделям вдається досягнути дуже вагомих методичних результатів: підвищення інтересу до предмету, здобуваються глибші знання учнями, розвиваються їхні творчі здібності.

2. У демонстраційному експерименті комп'ютер використовується або як частина установки, або як пристрій, за допомогою якого можна демонструвати всьому класу такі явища, що вдається спостерігати лише в мікроскоп.

3. Під час розв'язування задач комп'ютер використовується для представлення текстів задач, перевірки відповідей, розрахунків.

Наприклад, розглянемо задачу.

М'яч кинуто із швидкістю 10 м/с під кутом 45° до горизонту. На яку висоту підніметься м'яч? На якій відстані від місця кидання він впаде на землю?

Доцільно розділити клас на дві групи. Перша група досліджує запропоновану вправу аналітичним шляхом, друга група досліджує через моделювання в електронній таблиці Microsoft Excel.

Учні, що розв'язують задачу використовуючи Microsoft Excel:

- заповнюють початкові відомі величини;
- заповнюють область проміжних результатів, розраховують невідомі величини;
- за даними таблиці будують графік руху тіла, кинутого під кутом до горизонту.

Після цього можна запропонувати учням дослідити графік руху тіла і заповнити картки з додатковими завданнями. Результатом роботи учнів є таблиця, заповнена певними величинами.

Аналогічно можна при вивченні ізопроесів будувати графіки залежності між двома термодинамічними параметрами при постійному третьому.

4. У випадку проведення лабораторних робіт — обробка результатів з використанням спеціальних програм або проведення комп'ютерних лабораторних робіт.

Успішне засвоєння змісту матеріалу здебільшого залежить від широкого застосування дидактичних прийомів, що активізують пізнавальну діяльність учнів. До них належать прийоми співставлення й порівняння понять, явищ, закономірностей, що мають властивість подібності, застосування аналогій і моделей.

Комп'ютерні лабораторні роботи дають можливість виконати лабораторну роботу за допомогою імітаційної моделі. Математичний апарат, закладений у функціонування моделі, дає можливість отримувати значення фізичних величин, близькі до реальних, і, відповідно, робити правильні висновки про фізичний зміст явища або процесу. Моделі лабораторних робіт реалізовані на основі діяльнісного підходу. Вони передбачають не тільки спостереження фізичних процесів та явищ, які моделюються системою, а безпосередню участь в них учня (наприклад, вибір необхідного обладнання), що суттєво підсилює навчальний вплив лабораторних робіт.

Комп'ютерні лабораторні роботи можуть виконуватися з метою підготовки до виконання реальної лабораторної роботи в фізичному кабінеті, або після її виконання з метою закріплення отриманих вмінь і навичок та розширення можливостей шкільного фізичного експерименту.

У віртуальних лабораторних роботах реалізовано комп'ютерні моделі фізичних явищ та пристроїв і механізмів (наприклад, модель електричного кола з джерелом живлення, реостатом, амперметром, вольтметром і т. д., модель електромагніту, модель електричного двигуна, модель математичного маятника, яка повністю відтворює реальні коливання маятника, моделі важелів з відтворенням поведінки при їх навантаженні за допомогою тягарців і т. д.). У моделях, що використовуються в лабораторних роботах, реалізовано математичний апарат, який дозволяє змінювати вхідні параметри досліджуваного процесу і отримувати вихідні дані, що відповідають характеристикам реальних фізичних явищ та процесів. Так, наприклад, зміна положення повзунка реостата зумовлює відповідні зміни сили струму в колі при сталій напрузі згідно закону Ома для ділянки кола; внесення залізного осердя в котушку зі струмом зумовлює підсилення її магнітного поля, що фіксується за допомогою магнітної стрілки і т. д. Передбачено можливість здійснення механічних дій на розсуд учня, що наближує процес виконання лабораторної роботи на комп'ютері до виконання лабораторної роботи в лабораторії.

Кожна комп'ютерна лабораторна робота крім короткого опису з основними завданнями, містить контрольні питання, на які пропонується відповісти учневі після виконання роботи. Контрольні питання реалізовані у вигляді тестів з одиничним або множинним вибором варіантів правильної відповіді.

Результати вимірювань, які виконуються під час лабораторної роботи, можуть заноситися учнями до таблиць і оброблятися з використанням калькулятора та довідкових даних, що дозволяють можливості програмно-методичного комплексу.

На етапі контролю знань можна запропонувати учням тестові програми.

Наприклад, тестові завдання для перевірки засвоєння формул, рівнянь, фізичних законів можуть бути такими:

Задачі на обчислення довжини, частоти, періоду коливань електромагнітної хвилі за формулами:

$$\lambda = c \cdot T, \lambda = c / \nu$$

Таблиця 1

	L, мкГн	C, пФ	T, нс	λ , м	ν , МГц	ω , рад/с
1	5	100	?	-	?	-
2	50	0,1	-	?	?	-
3	700	0,3	?	-	-	?
4	10	64	-	?	-	?
5	5	?	35	-	-	-
6	40	?	-	8	-	-
7	2,5	?	-	-	12	-
8	8	?	-	-	-	100
9	?	0,4	7	-	-	-

Приклади контрольних робіт:

Контрольна робота з теми «Механіка»

Варіант №1

1. У міжнародній системі одиниць фізичних величин одиницею швидкості є...

а) м/с; б) м/с²; в) км; г) км/год.

(1 бал)

2. Установіть відповідність між назвою фізичної величини та її позначенням: сила

а) А; б) Е; в) F; г) m.

(1 бал)

3. За якою формулою обчислюється потенціальна енергія?

а) $E=mgh$; б) $E=ma$; в) $F=mg$; г) $F=mgh$.

(1 бал)

4. Шляхом називають...

А) лінію, яку точка описує в заданій системі відліку;

Б) пройдену відстань від початкової точки траєкторії до кінцевої;

В) вектор, проведений з початкового положення точки в її положення в даний момент;

Г) довжину траєкторії.

(1 бал)

5. Тіло масою 5 кг рухається з прискоренням 0,5 м/с². Чому дорівнює сила, що надає цьому тілу таке прискорення?

(2 бали)

6. Шайба масою 200 г після удару, що тривав 0,002 с, набула швидкості 72 км/год. Знайдіть силу удару.

(2 бали)

7. Автомобіль, який рухався прямолінійно рівноприскорено, на відрізку АВ довжиною 200 м збільшив свою швидкість від 16 до 24 м/с. За який час він пройшов відрізок АВ? (3 бали)

Контрольна робота з теми «Хвильова і квантова оптика»

Варіант №1

1. (1 бал) За якою формулою розраховують імпульс фотона?

а) $p=mv$; б) $p= h\nu$; в) $p=mc$.

2 (1 бал) У міжнародній системі одиниць фізичних величин швидкість вимірюється у:
а) м/с; б) км/с; в) см/год.

3 (2 бали) Що таке дифракція світла? Якщо в театрі стати за колоною, то артиста не видно, а голос його чути. Чому?

4. (2 бали) Визначити енергію фотона фіолетового світла з довжиною хвилі 400 нм.

а) $4,96 \cdot 10^{-19}$ Дж; б) $19,9 \cdot 10^{-20}$ Дж;

в) $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж; г) $2,2 \cdot 10^{-19}$ Дж.

5. (2 бали) Визначити енергію спокою тіла масою 1 кг.

а) $9 \cdot 10^{16}$ Дж; б) $3 \cdot 10^8$ Дж;

в) $9 \cdot 10^{18}$ Дж; г) $9 \cdot 10^{15}$ Дж.

6. (3 бали) Визначте довжину хвилі світла, яким освітлюється поверхня ртуті, якщо фотоелектрони набувають кінетичної енергії $4.5 \cdot 10^{-19}$ Дж. Робота виходу для ртуті 4.5eВ.

У процесі використання ІКТ змінюється роль учителя, який за традиційної організації навчання є, в першу чергу, основним джерелом знань для учня. Вчитель стає наставником і порадником для учня, адже частина його важливих функцій перекладається на ІКТ: подача навчального матеріалу і навчальних завдань, відтворення фізичних явищ і процесів (комп'ютерне моделювання).

Таким чином, **використовуючи комп'ютерні технології навчання, можна:**

- інтенсифікувати навчально – виховний процес;
- підвищити зацікавленість учнів;
- розширити репродуктивний та проблемно – пошуковий процес здобутих знань;
- візуалізувати процеси, які неможливо безпосередньо спостерігати і зобразити за допомогою таблиць чи статичних моделей.

Отже, використання комп'ютерів під час викладання фізики має такі переваги:

інформацію можна отримати в будь-якому вигляді (текстовому, графічному, звуковому, відео, фото, рисунка і т. д.);

дає можливість моделювати процес та керувати ним;

має сильний вплив на мотивацію учнів до навчання;

дає найбільш об'єктивну оцінку рівня знань учнів;

учень під час індивідуальної роботи сам обирає швидкість і складність роботи;

допомагає краще контролювати роботу учнів;

враховує індивідуальні особливості учнів.

Література

1. Шушпанова О. Л. Використання інформаційних технологій у шкільному курсі фізики / Шушпанова О. Л. // Фізика в школах України. – 2005. – №8(36).
2. Князев С. Г. Комп'ютер на уроці астрономії / Князев С. Г. // Фізика в школах України – 2004. - №19(23).
3. ППЗ «Віртуальна фізична лабораторія 7-9 кл.» версія 1.0 – Квazar-Мікро, 2004 р.
4. ППЗ «Бібліотека електронних наочностей «Фізика» 7-9 кл.», версія 1.0 – Квazar-Мікро, 2005 р.

УДК 371

ПРО СПІВВІДНОШЕННЯ ТЕРМІНІВ «ОЦІНЮВАННЯ» ТА «ВИМІРЮВАННЯ»

Ю.О. Ковальчук

Термін «вимірювання» з'явився у вітчизняній педагогіці зовсім недавно, коли Міністерство науки і освіти України вирішило увести «Освітні вимірювання» до переліку спеціалізацій студентів педагогічних спеціальностей. Пізніше з'явилася магістерська програма з такою ж назвою. До цього термін не був поширений і у вітчизняній психології, хоча освітні вимірювання як дисципліна виокремилася з більш широкої галузі – психометрії. Оскільки основним об'єктом освітніх вимірювань є тести навчальних досягнень, то, очевидно, виникає питання про те, як узгоджується термін «вимірювання» з терміном «оцінювання», і чи не є перший простою підміною останнього.

Слід зауважити, що термін «освітні вимірювання» є перекладом з англійського «educational measurement». В англійській літературі термін *measurement* часто підміняється терміном *assessment*, і робиться це, швидше за все, з обережності, адже далеко не кожен тест претендує на звання інструменту вимірювання.

Особливої критики використання цього терміну в психології та освіті зазнає з боку фахівців з точних та технічних наук, і це не дивно, адже між вимірюванням фізичних і ментальних величин є велика різниця. Загалом можна погодитися з тим, що вимірювання в області ментального дещо «не дотягує» до фізичних вимірювань з точки зору виконання деяких вимог, серед яких головною, мабуть, є вимога адитивності (ціле має бути сумою своїх частин). Проте психологи та представники інших суспільних наук трактують термін *вимірювання* значно ширше. Мабуть, найбільш уживаним ними означенням є таке: «Вимірювання – це приписування чисел об'єктам згідно з певними правилами» (С. Стівенс, [1]).

З іншого боку, *оцінювання* в широкому розумінні трактується як порівняння:

- а) одного об'єкту з іншим об'єктом;
- б) об'єкту з деяким критерієм;
- в) об'єкту з самим собою у минулому.

Таким чином, в освіті актом оцінювання можна вважати навіть фразу вчителя «Марія сьогодні молодець!», адже цей вислів є результатом, залежно від контексту, порівняння теперішніх досягнень Марії або з минулими, або з критеріальним змістом слова «молодець». Вимірювання, безумовно, є оцінюванням, але не навпаки. Можна стверджувати, що вимірюванням є лише таке оцінювання, при якому з'являється сенс говорити про його *валідність* та *надійність*, а також повноцінно вживати поняття *шкали*.

Три теорії вимірювань. Важливою властивістю «фізичного» вимірювання є, як зазначалося, адитивність, або існування одиниці вимірювання такої, що міра предмета є простою сумою цих одиниць, так, якби ми при вимірюванні відкладали послідовно якийсь «твердий брусок», рахуючи кількість відкладень.

Таке розуміння вимірювання існувало у фізиці століттями, аж до тих часів, коли фізична наука проникла у мікросвіт. Розвиваючи квантову механіку, фізики зіштовхнулися з питаннями: 1) що ми вимірюємо? 2) Як вимірювальний прилад може впливати на сам процес вимірювання?

Для психології та інших суспільних наук ці питання були актуальними від самого початку. Якщо у фізиці дослідник взаємодіє з суб'єктом вимірювання через вимірювальний прилад, то в суспільних науках таким «приладом» є вся організація експерименту. Потреба суспільних наук у вимірюваннях змусила дослідників переосмислювати саме поняття вимірювання. У 19-20 століттях спостерігались три підходи, або три теорії вимірювань, які використовувались у психології: класична, операціональна та репрезентативна.

У відповідності з **класичною** теорією вимірювань, психологія є кількісною наукою. Засновник психофізіології Густав Фехнер вважав, що в загальному випадку вимірювання кількості полягає у з'ясуванні, як часто одиниця кількості одного і того ж виду міститься у ній. У наш

час класична теорія практично повністю витіснена репрезентативною та операціональною теоріями.

Згідно з **операціональною** теорією вимірювань, яка розвивалася у першій половині 20-го століття, під будь-яким концептом (тобто поняттям) розуміється не що інше як сукупність операцій. З операціональної точки зору будь-яке вимірювання – це операція, що породжує числа. Числа є самодостатніми і не залежать від природи об'єкта, щодо якого відбувається вимірювання. В граничному розумінні для операціоналіста наука є просто вивченням виконуваних операцій, а не дослідженням реальності. Так, операціоналіст розглядає результати тестування як вимірювання вже тоді, коли вони є наслідком осмисленого приписування чисел, виконаного за допомогою строго визначених операцій.

Для послідовника **репрезентативної** теорії вимірювань отриманих в результаті тестування оцінок недостатньо для того, щоб стверджувати, що вони є результатом вимірювання, хоча й отримані внаслідок чітко визначених операцій. Для того, щоб оцінки можна було вважати результатом вимірювань, необхідно, щоб відношення між ними (скажімо, відношення порядку) репрезентували якісні емпіричні відношення між успішністю виконання тесту різними особами, і дослідження мають полягати в ідентифікації таких відношень і описанні їх характеристик.

Останнім часом в психологічних і освітніх вимірюваннях більш широко використовуються положення саме репрезентативної теорії вимірювань. Далі розглянемо основні положення цієї теорії.

Репрезентативна теорія вимірювань була розроблена американським психологом Стенлі Стівенсом в 40-х роках 20 століття. Центральним поняттям цієї теорії є поняття вимірювальної шкали.

Слід розрізняти об'єкти вимірювання, їх властивості і ознаки. Останні виражають у тій чи іншій числовій шкалі властивості об'єктів.

В залежності від того, яка операція лежить в основі вимірювання ознаки, виділяють шкали вимірювання, які часто називають ще рівнями вимірювання. Тип шкали задає групу допустимих перетворень шкали. Допустимі перетворення не міняють співвідношень між об'єктами вимірювання, тобто після допустимих перетворень дані залишаються вимірними у шкалі того ж самого типу. Наприклад, при вимірюванні довжини перехід від футів до метрів не міняє співвідношень між довжинами даних об'єктів – якщо перший об'єкт довший другого, то це буде встановлено і при вимірюванні у футах, і при вимірюванні в метрах. При цьому чисельне значення довжини в футах відрізняється від чисельного значення довжини в метрах – не міняється лише результат порівняння довжин двох об'єктів.

Перш за все, шкали поділяються на метричні і неметричні (за іншою термінологією, шкали якісних ознак і шкали кількісних ознак, або шкали низького рівня і шкали високого рівня).

Шкала є метричною, якщо для неї може існувати одиниця вимірювання. Також шкали поділяються на дискретні та неперервні. Розглянемо основні чотири типи шкал.

1. *Номінальна шкала* (шкала найменувань, категоріальна шкала). У шкалі найменувань допустимими є тільки взаємно-однозначні (тотожні) перетворення. Використання цієї шкали має на меті класифікацію об'єктів. В цій шкалі числа якщо й використовуються, то лише як мітки для розрізнення об'єктів. В шкалі найменувань виміряні, наприклад, номери телефонів, автомашин, паспортів, студентських квитків. Номери страхових свідоцтв державного пенсійного страхування, медичного страхування, штрих-коди товарів теж виміряні в шкалі найменувань. Стать людей також вимірюється в шкалі найменувань, результат вимірювання приймає два значення – чоловіча, жіноча. Раса, національність, колір очей, волосся – номінальні ознаки. Нікому не прийде в голову додавати або множити номери телефонів, такі операції не мають для номінальної шкали сенсу. Єдине, для чого годяться результати вимірювань в шкалі найменувань – для розрізнення об'єктів. У багатьох випадках цього достатньо. Наприклад, шафки для одягу в роздягальнях для дорослих розрізняють за номерами, тобто числами, а в дитячих садках використовують малюнки, оскільки діти ще не знають чисел.

2. *Порядкова* (рангова) шкала. Вище ми розглянули приклад з шафками для одягу у дорослих і дитячій роздягальнях. У тому випадку, коли ми вирішимо позначати шафки не малюнками, а числами, ми можемо закласти в ці позначення додаткову інформацію, яка буде допомагати швидше відшукати потрібну шафку. А саме, ми можемо впорядкувати розташування шафок за зростанням чи спаданням чисел, написаних на них (іншими словами, пронумеруємо шафки).

Очевидно, зменшення невизначеності дозволяє стверджувати, що ми переходимо таким чином до шкали вищого типу.

У порядковій шкалі числа використовуються не тільки для розрізнення об'єктів, але і для встановлення порядку між об'єктами. Простим прикладом є оцінки знань. Символічно, що оцінки студентів за чотирибальною національною шкалою можуть виражатись як числами (2, 3, 4, 5), так і словесно – незадовільно, задовільно, добре, відмінно. Цим підкреслюється «нечисловий» характер оцінок. Не можна стверджувати, що учень, який отримав двійку, знає рівно вдвічі менше, ніж той, що отримав четвірку, або різниця між тим, хто отримав трійку і тим, хто отримав четвірку, дорівнює різниці у знаннях між тими, хто отримав відповідно четвірку і п'ятірку.

Оцінки експертів найчастіше слід вважати вимірними в порядковій шкалі, адже людина більш правильно (і з меншими утрудненнями) відповідає на питання якісного, наприклад, порівняльного, характеру, ніж кількісного. Так, наприклад, легше сказати, який з двох відрізків довший, ніж вказати їх довжину в міліметрах.

У різних областях людської діяльності застосовується багато видів порядкових шкал. Так, наприклад, в мінералогії використовується шкала Мооса, по якому мінерали класифікуються згідно критерію твердості. Так, згідно з цією шкалою, тальк має бал 1, гіпс – 2, а алмаз – 10. Мінерал з більшим номером є більш твердим, ніж мінерал з меншим номером, при натисненні дряпає його.

Порядковими шкалами в географії є – бофортова шкала вітрів (штиль, слабкий вітер, помірний вітер і т.д.), шкала сили землетрусів. Очевидно, не можна стверджувати, що землетрус в 2 бали (лампа гойднулася під стелею – таке буває і в нашій місцевості) рівно в 5 разів слабкіший, ніж землетрус в 10 балів (повне руйнування всіх споруд на поверхні землі).

У медицині є багато загальноприйнятих порядкових шкал – шкала стадій гіпертонічної хвороби, шкала опіків тощо.

Номери будинків також виміряні в порядковій шкалі – вони показують, в якому порядку стоять будинки уздовж вулиці. Номери томів в зібранні творів письменника або номери справ в архіві підприємства зазвичай пов'язані з хронологічним порядком їх створення.

До порядкових шкал допустимими є перетворення, які не порушують порядку між результатами вимірювань, тобто будь-які монотонні перетворення, наприклад, логарифмування. Слід пам'ятати, що спадне перетворення змінює порядок розміщення чисел на шкалі на протилежний.

При статистичному опрацюванні порядкових даних відшукування такої характеристики, як середнє арифметичне, взагалі кажучи, не має сенсу.

Порядкова шкала і шкала найменувань – основні шкали якісних ознак (неметричні шкали). Тому в багатьох конкретних областях науки і практики результати якісного аналізу можна розглядати як вимірювання за цими шкалами.

Шкали кількісних ознак (метричні шкали, або шкали вищого типу) – це, в основному, шкала інтервалів і шкала відношень.

3. *Шкала інтервалів.* У цій шкалі числа відображають не тільки відмінність між об'єктами за ступінню вираженості ознаки, а й на скільки більше або менше виражена ознака. Характерною особливістю цієї шкали, яка відрізняє її від іншої метричної шкали – шкали відношень, – є відсутність природнього початку відліку і природньої одиниці вимірювання. Дослідник повинен сам задати точку (початок) відліку і сам вибрати одиницю вимірювання.

Допустимими перетвореннями в шкалі інтервалів є будь-які лінійні перетворення, тобто перетворення виду $y = ax + b$. Наприклад, температурні шкали Цельсія і Фаренгейта зв'язані саме залежністю: $^{\circ}\text{C} = 5/9 (^{\circ}\text{F} - 32)$, де $^{\circ}\text{C}$ – температура (в градусах) за шкалою Цельсія, а $^{\circ}\text{F}$ – температура за шкалою Фаренгейта.

Для інтервальної шкали величина середнього арифметичного має цілком визначений зміст.

4. *Шкала відношень.* З кількісних шкал найпоширенішими в природничих науках і у повсякденній практиці є шкали відношень. У них є природний початок відліку – нуль, який означає відсутність величини. В такій шкалі числа відображають не тільки відмінність між об'єктами за ступінню вираженості ознаки, не тільки те, на скільки більше або менше, а й у скільки разів більше або менше виражена ознака.

За шкалою відношень вимірюється більшість фізичних одиниць: маса тіла, довжина, заряд, а також ціни (і різні вартісні характеристики) в економіці. Тільки для інтервальної шкали результати вимірювань є числами в звичному значенні слова. Допустимим перетворенням для шкали відношень є масштабування (розтягування або стискання) виду $y = ax$.

Слід зазначити, що за іншою, більш детальною класифікацією, шкалу відношень відрізняють від так званої абсолютної шкали. Відмінність цих шкал полягає в тому, що для шкали відношень не існує природної одиниці вимірювання, а для абсолютної шкали така одиниця існує. Прикладом віднесення до абсолютної шкали з природною одиницею вимірювання є кількість людей в кімнаті.

Перераховані шкали можна характеризувати за їх потужністю – здатністю розрізнити об'єкти як відмінні один від одного.

Шкали по мірі зростання потужності розташовуються так: номінальна, рангова, інтервальна, відношень. Таким чином, неметричні шкали менш потужні – вони несуть менше інформації про відмінності між об'єктами.

Зв'язок рівнів вимірювання з рівнями наукового усвідомлення. У процесі розвитку відповідної області знання тип шкали може мінятися. Так, спочатку температура вимірювалася за порядковою шкалою (холодніше – тепліше). Потім – за інтервальною (шкали Цельсія, Фаренгейта, Реомюра). Нарешті, після відкриття абсолютного нуля температуру можна вважати вимірною за шкалою відношень (шкала Кельвіна). Зауважимо, що серед фахівців іноді виникають розбіжності з приводу того, за якими шкалами слід вважати вимірними ті або інші реальні величини. Допомогти тут можуть запитання на зразок такого: «якщо сьогодні температура 0 градусів, а завтра буде удвічі холодніше, то якою буде завтра температура?».

Ми можемо прослідкувати за зв'язком між рівнями вимірювання і рівнями наукового мислення, слідуючи запропонованій Ч. Пірсом [2] класифікації, яку він розглядав в рамках створеної ним *семіотики* – науки про знаки. Ця класифікація відображає еволюцію людського мислення – від перших «диких» спалахів уяви до репродуктивних кількісних законів, які є інструментами і вищими проявами науки.

Власне, класифікація знаків у Пірса налічує десять рівнів, але для нас є суттєвими вищі шість шаблів. Охарактеризуємо коротко кожен з них.

1. *Уявлення.* Перший рівень «наукового» усвідомлення – це просте інтуїтивне уявлення, спалах думки, «дика» гіпотеза. Це «зерна» творчості. Таке уявлення належить тільки даній особі, не може нею бути переосмислене чи передане комусь іншому. Пірс називає цей перший рівень обізнаності «можливою іконою» (possible icon).

2. *Думка.* Деякі уявлення вимагають осмислення. З'являються думки, які тепер можуть відтворюватися у нашому мозку неодноразово. Ми також можемо тепер ідентифікувати ті ж самі думки у інших осіб. Думка, таким чином, стає тим, до чого ми можемо повертатися і чим ми можемо обмінюватися з іншими людьми. Це цілком якісна характеристика.

Eddington (1946) та Kinston (1985) називають цей рівень «суттю» (entity). Пірс називає це «можливим індексом» (possible index).

3. *Об'єкт.* Наступний крок – це усвідомлення того, як ми можемо вказати на нашу думку. Ми присвоюємо нашій думці ім'я, і тепер ми можемо поводитися з нею, як з річчю, частиною світу, «екземпляром» нашої ідеї. Ми тепер можемо як вказувати на ідею, так і підраховувати ідеї. На цьому рівні з'являється поняття кількості. Це той рівень, на якому може існувати перший, за Стівенсом, рівень (шкала) вимірювань, який називається номінальним чи категоріальним. На цьому рівні ми можемо віднести даний об'єкт до певного класу, наприклад, віднести особу до класу чоловіків чи до класу жінок. Клас може позначатися числом, але це тільки символ, який не має сенсу числа.

Eddington (1946) та Kinston (1985) називають цей рівень «спостережуваним» (observable). Пірс називає це «дійсним індексом» (factual index).

4. *Порівняння.* Далі ми приходимо до ідеї надання переваги. Деякі речі можуть подобатися нам, інші – ні. Ми починаємо враховувати «кращість» чи «гіршість», присвоюючи їм відповідні числа.

Хоча ми ще не кажемо, на скільки щось краще за інше, чи більше за інше, чи важче за інше.

Стівенс назвав це порядковим рівнем вимірювання. За Пірсом, це «можливий символ» (possible symbol).

Саме тут починає з'являтися ідея подрібнюваності, квантування. Ми переходимо від підрахунку «солодких яблук» до ідеї «солодкості».

5. *Вимірювання*. Підрахунок – це початок вимірювань. Однак проста кількість не завжди приводить до того, що ми називаємо мірою. Якщо цеглини мають різні розміри, то ми не можемо сказати, скільки цеглин нам потрібно, щоб збудувати задумане. Три яблука не завжди будуть оцінені у ту ж саму ціну.

На цьому рівні ми приходимо до вигадування абстрактної змінної, вздовж якої ми можемо відкладати рівні частки, чи інтервали.

Стівенс назвав цей рівень інтервальним вимірюванням. Пірс назвав це «дійсним символом» (factual symbol).

6. *Залежність*. Шостий, найвищий рівень – це рівень виникнення теорії. Що дає нам якась змінна, якщо вона не веде до іншої? Як змінні описують процес? Якби не існувало цього рівня наукового усвідомлення, то не існувало б і поняття статистичного аналізу даних вимірювання, не існувало би дослідження мінливості, кореляції, не існувало би поняття моделі і порівняння моделей.

Пірс називає це «символом, який вимагає доведення» (arguable symbol), а Кінстон – «пов'язуваним».

Описане співвідношення рівнів вимірювання з рівнями наукового усвідомлення свідчать про те, що вимірювання у якійсь обраній шкалі – це не просто «окремий спосіб» вимірювання. Кожен наступний рівень вимірювання ґрунтується на попередніх, включає їх у себе, є їх подальшим розвитком і вдосконаленням.

Формалізація основних понять репрезентативної теорії вимірювань. Назвемо *емпіричною системою з відношеннями* сукупність реальних (емпіричних) об'єктів, які цікавлять дослідника, з визначеною для них системою відношень.

Прикладом емпіричної системи з відношеннями може бути група учнів певного класу, які є «носіями» знань з певного предмету, скажімо, фізики, причому для учнів визначені бінарні відношення виду «учень Б знає фізику краще, ніж учень А». Для кожної пари учнів питання про те, хто з них володіє більшими знаннями з фізики, має сенс, тобто є осмисленим. Емпірична система формується дослідником довільно, у відповідності з його уявленнями про реальність, яка вивчається.

Назвемо *математичною системою з відношеннями* сукупність математичних об'єктів (часто такими об'єктами є числа), з виділеними відношеннями між ними.

Вимірювання полягає в приписуванні об'єктам емпіричної системи з відношеннями символів математичної системи з відношеннями за допомогою певних правил.

Приписування чисел об'єктам створює *числову шкалу*. Створення шкали є можливим, оскільки існує ізоморфізм емпіричних систем і систем дій, виконаних над реальними об'єктами. Розрізняють декілька типів числових систем з відношеннями і відповідно кілька типів шкал. Операції, а саме – способи вимірювання об'єктів, задають тип шкали. Шкала, в свою чергу характеризується видом перетворень, які можуть бути віднесені до результатів вимірювання. Якщо не дотримуватися цього правила, то структура шкали порушиться, а дані вимірювання не можна буде осмислено інтерпретувати. Тип шкали також однозначно визначає сукупність статистичних методів, які можуть бути застосовані для обробки даних вимірювання.

Шкала (лат. *scala* – сходи) у буквальному значенні є вимірювальний інструмент.

Нехай A – емпірична система з відношеннями, R – числова система з відношеннями, f – функція, яка гомоморфно відображає A в підсистему R . Зазвичай R є системою дійсних чисел або її підсистемою, хоча це можуть бути і будь-які символи нечислової природи. Назвемо *допустимими перетвореннями шкали* такі перетворення, відносно яких шкала є інваріантною, тобто при застосуванні цих перетворень не змінює свій тип. Нехай G – група допустимих перетворень шкали. Назвемо *шкалою* упорядковану четвірку $\langle A; R; f; G \rangle$. Відповідно до сучасних уявлень, внутрішньою характеристикою шкали виступає саме група G , а f є лише прив'язкою шкали до конкретної ситуації вимірювання.

Формування теоретичного конструкту і процес вимірювання. Розглянемо приклад [3] процесу формування теоретичного психологічного конструкту і як це веде до вимірювання.

Припустимо, що шкільний психолог спостерігає за поведінкою дітей під час їхніх ігор. Він помічає, що дехто з дітей постійно намагається управляти діями інших. Після спостережень, виконаних протягом тривалого часу і в різних ситуаціях, наш психолог може дати спеціальну назву такій поведінці, наприклад, «соціальне домінування». Цим самим він винайшов теоретичний конструкт, який проявляється у різних схожих за змістом способах поведінки дітей. Поняття конструкт вживається нами для позначення ряду схожих між собою типів поведінки (проявів психічної чи інтелектуальної сфери людини). Конструкти є «цеглинами» у загальній теорії поведінки людини. Теорія потрібна для того, щоб уміти передбачати і при необхідності впливати на поведінку особи.

Але винайдення конструкту ще не є його вимірюванням. Перед тим, як здійснювати вимірювання, потрібно визначити правила відповідності між множиною різних типів поведінки дітей і теоретичним конструктом. Цей процес називають операційним визначенням. У нашому прикладі, психолог повинен визначити, які типи поведінки дітей в спостережуваних умовах є проявами домінування. Далі психолог повинен створити план отримання зразків таких типів поведінки в стандартних ситуаціях і фіксування цих зразків у деякому стандартизованому форматі для кожної дитини окремо. Цим самим психолог виготовляє інструмент для вимірювання соціального домінування, який ми будемо називати тестом. Взагалі кажучи, тест можна розуміти як стандартну процедуру отримання зразків поведінки в межах визначеної області. Якщо цією визначеною областю є навчальні досягнення, то тест має перевіряти оптимальні дії тестованих, і їх спеціально налаштовують на якнайкраще проявлення досягнень під час тестування. Якщо досліджуваною областю є ставлення досліджуваних до чогось, чи їх інтереси, реакції на певні ситуації, то тест має перевіряти типову поведінку.

Процес отримання зразків поведінки досліджуваних може відбуватися у різних формах. В одному випадку це можуть бути записи спостережень, в іншому – використання приготованих заздалегідь переліків поведінки (тестових завдань). Вимірювання відбувається тоді, коли результати тестування за допомогою визначених правил переводяться у числа. Наприклад, вимірювання виникає під час підрахунку актів соціального домінування, які проявила дитина протягом 10-хвилинного спостереження за її поведінкою в спеціально створених умовах, або при підрахунку правильних відповідей на завдання тесту, який виконали учні класу на уроці хімії. Результатом вимірювання є висновок фахівця щодо рівня теоретичного конструкту, який проявляє кожен тестований. У випадку, коли таким фахівцем є педагог, передбачається, що після визначення результату вимірювання цей результат буде використаний ним (або самим тестованим, або батьками тестованого) для прийняття педагогічного рішення.

Проблеми, що виникають при вимірюванні психологічних конструктів. Оскільки психологічні конструкти – це абстракції, які не можуть оцінюватися безпосередньо (є латентними), створення інструментів вимірювання для них завжди пов'язане з рядом проблем. Розглянемо п'ять основних проблем.

1. Не існує одного універсального підходу до вимірювання певного конструкту. Оскільки психологічний конструкт спостерігається лише через певні типи поведінки, то два теоретики можуть запропонувати суттєво різні його операційні визначення. Нехай, наприклад, потрібно визначити здатність учня ділити числа у стовпчик. З цією метою можна дати учню ряд завдань на ділення у стовпчик; цієї ж мети можна досягти, якщо попросити учня пояснити, як потрібно виконувати ділення у стовпчик; можна також запропонувати йому знайти помилки у вирішених задачах. З різних операційних визначень впливають різні вимірювальні процедури.

2. Психологічні вимірювання завжди базуються на обмежених вибірках спостережень. Для нашого прикладу з діленням, ми не можемо дати учню розв'язати всі можливі задачі з цієї теми. Необхідно визначитися, скількох задач буде достатньо, щоб їх розв'язання адекватно демонструвало вміння ділити у стовпчик і вся предметна область була охоплена.

3. Вимірювання психологічних конструктів завжди супроводжуються помилками. Навіть якщо дати одному учню один і той же набір задач, але в різний час, результати навряд чи будуть точно збігатися, оскільки дії учня завжди супроводжується такими важко передбачуваними ефектами як втома, неуважність, забудькуватість, спробами вгадування тощо. Ще більших розбіжностей у результатах слід очікувати, якщо один і той же конструкт вимірюється різними інструментами. Таким чином, завжди актуальною є питання про оцінку похибки вимірювання.

4. Не існує природного нуля та одиниці вимірювання на обраній шкалі. Чи означає нуль розв'язаних учнем під час тестування задач на ділення у стовпчик, що у нього відсутні знання з цієї теми? Нехай Володимир розв'язав 5 задач, Марія – 10, а Ольга – 15. Чи означає це, що відмінність у здатності ділити у стовпчик у Володимира і Марії така сама, як у Марії і Ольги?

Практично завжди можна стверджувати, що сирі бали (тобто простий підрахунок розв'язаних завдань) не володіє всіма необхідними ознаками міри, і ці бали потрібно трансформувати за допомогою спеціальних процедур у обрану шкалу вимірювання.

5. Психологічний конструкт не може визначатися лише в термінах операційного визначення, він також повинен проявлятися у зв'язках з іншими конструктами. Цей другий рівень визначення конструкту дає змогу інтерпретувати результати вимірювання, і ця обставина має надзвичайно велике практичне значення.

Література

1. Стивенс С. Математика, измерение и психофизика // Экспериментальная психология / Под ред. С. Стивенса. М.: Иностранная литература, 1960. Т. 1.
2. Пирс Ч. С. Начала прагматизма. Т. 2 (Логические основания теории знаков). СПб., 2000.
3. Крокер Л., Алгина Дж. Введение в классическую и современную теорию тестов: учебник / Л. Крокер, Дж. Алгина; под общей ред. В.И. Звонникова и М.Б. Чельшковой. – М.: Логос, 2012. – 668 с.

УДК 51(07)

ОПОРНІ КОНСПЕКТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

В.Г. Опанасенко

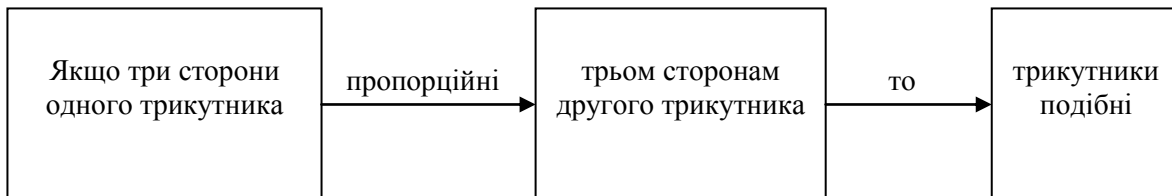
Під опорним конспектом розуміють схеми, які зображають зміст і структуру матеріалу, що вивчається. Опорний конспект дає змогу виділити основні твердження та означення і допомагає запам'ятати їх. Основна мета використання опорних конспектів:

- Навчити учнів аналізувати теоретичний матеріал і виділяти основне;
- Полегшити вивчення означень і тверджень.

У процесі навчання математики опорні конспекти складаємо під час пояснення нового матеріалу. Розглядаючи нове означення чи твердження, аналізуючи його учитель записує опорний конспект на дошці. Учні записують його і мають змогу відразу з'ясувати незрозумілі моменти.

Опорні конспекти можуть бути різними. Найпростішим є мінімальний опорний конспект. У твердженні, що вивчається, виділяємо особливості, які послідовно зв'язані одна з однією.

Наприклад:



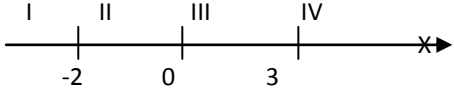
Деякі твердження описати так неможна, оскільки поняття має кілька особливостей. У такому випадку використовуються розгалужений опорний конспект.

Розглядаючи кожний випадок, поступово записуємо його: вчитель на дошці, а учні – в зошитах. Розгалуження в конспекті дає змогу учням усвідомити зв'язки між усіма частинами твердження.

При розв'язуванні рівнянь слід запропонувати такий опорний конспект:

Розв'язати рівняння		$4(3x - 2) + 9 = 14(x - 3) + 5$
1	Якщо в рівнянні є дужки, розкриваємо їх;	$12x - 8 + 9 = 14x - 42 + 5;$
2	Переносимо доданки, які містять невідоме, в ліву частину, а решту доданків – у праву, змінивши при цьому знаки на протилежні;	$12x - 14x = 8 - 9 - 42 + 5;$
3	Зводимо подібні доданки;	$-2x = -38;$
4	Знаходимо корінь рівнянь.	$x = (-38) \div (-2); \quad x = 19.$ Відповідь: $x = 19.$

При розв'язуванні рівнянь з модулями можна використати такий розгалужений опорний концепт:

Розв'язати рівняння		$ x + 4 + 2x - x - 3 = 5$
1	Знаходимо область визначення рівняння;	Підмодульні функції визначені для всіх дійсних значень x ;
2	Прирівнюємо до нуля вирази, які стоять під знаком модуля, і знаходимо їх корені, що належать області визначення рівнянь;	$x = 0;$ $4 + 2x = 0; \quad x = -2;$ $x - 3 = 0; \quad x = 3.$
3	Отримані значення коренів наносимо на числову пряму, що розбивається при цьому на інтервали, у кожному з яких під модульні вирази зберігають свій знак;	Розбиваємо точками $x_1 = -2; \quad x_2 = 0; \quad x_3 = 3$ числову пряму (область визначення рівняння) на чотири інтервали: 
4	На кожному з інтервалів визначаємо знаки під модульних виразів і розкриваємо модулі;	Досліджуємо рівняння на кожному з отриманих інтервалів;
5	Складаємо на кожному інтервалі рівняння без виразів під знаком модуля, яке на розглядуваному інтервалі еквівалентне заданому рівнянню і розв'язуємо його	1. Якщо $x < -2$, то маємо $x < 0$; $ x = -x$; $4 + 2x < 0$, $ 4 + 2x = -(4 + 2x) = -4 - 2x$; $x - 3 < 0$, $ x - 3 = -(x - 3) = -x + 3$; Рівняння на першому інтервалі запишемо так: $-x - 4 - 2x - (-x + 3) = 5$; $-x - 2x + x = 5 + 4 + 3$; $-2x = 12$; $x = -6.$ Оскільки точка $x = -6$ належить інтервалу $x < -2$, то $x = -6$ є розв'язком даного рівняння. 2. Якщо $-2 \leq x < 0$, то $x < 0$, $ x = -x$; $4 + 2x \geq 0$, $ 4 + 2x = 4 + 2x$; $x - 3 < 0$, $ x - 3 = -(x - 3) = -x + 3$; Тому маємо рівняння $-x + 4 + 2x - (-x + 3) = 5$; $-x + 2x + x = 5 - 4 + 3$; $2x = 4$; $x = 2.$ Оскільки точка $x = 2$ не належить інтервалу $-2 \leq x < 0$, то на цьому інтервалі рівняння не має коренів. 3. Якщо $0 \leq x < 3$, то $x \geq 0$, $ x = x$; $4 + 2x > 0$, $ 4 + 2x = 4 + 2x$; $x - 3 < 0$, $ x - 3 = -(x - 3) = -x + 3.$ Отримуємо рівняння: $x + 4 + 2x - (x - 3) = 5$;

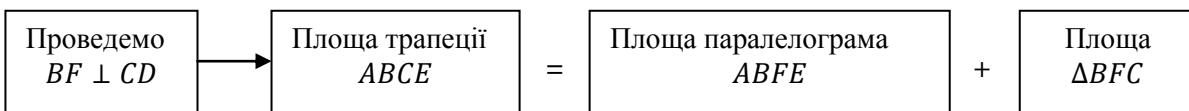
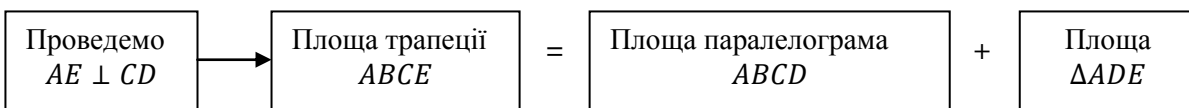
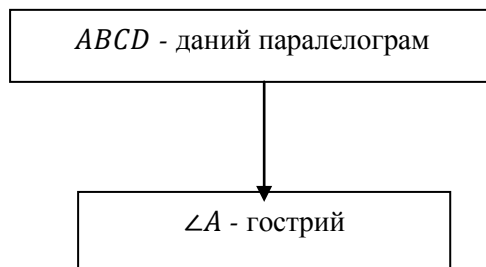
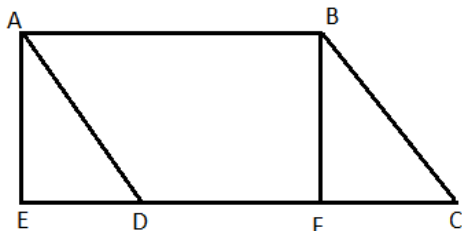
		$x + 2x - x = 5 - 4 + 3;$ $4x = 4;$ $x = 1.$ Оскільки $x = 1 \in [0; 3)$, то $x = 1$ - корінь рівняння. 4. Якщо $3 \leq x$, то $x > 0$, $ x = x;$ $4 + 2x > 0$, $ 4 + 2x = 4 + 2x;$ $x - 3 \geq 0$, $ x - 3 = x - 3.$ Рівняння набуває вигляду $x + 4 + 2x - (x - 3) = 5;$ $x + 2x - x = 5 - 4 - 3;$ $2x = -2$, $x = -1.$ Точка $x = -1 \notin [3, +\infty)$, тому не є коренем рівняння. Відповідь: $-6; 1.$
--	--	---

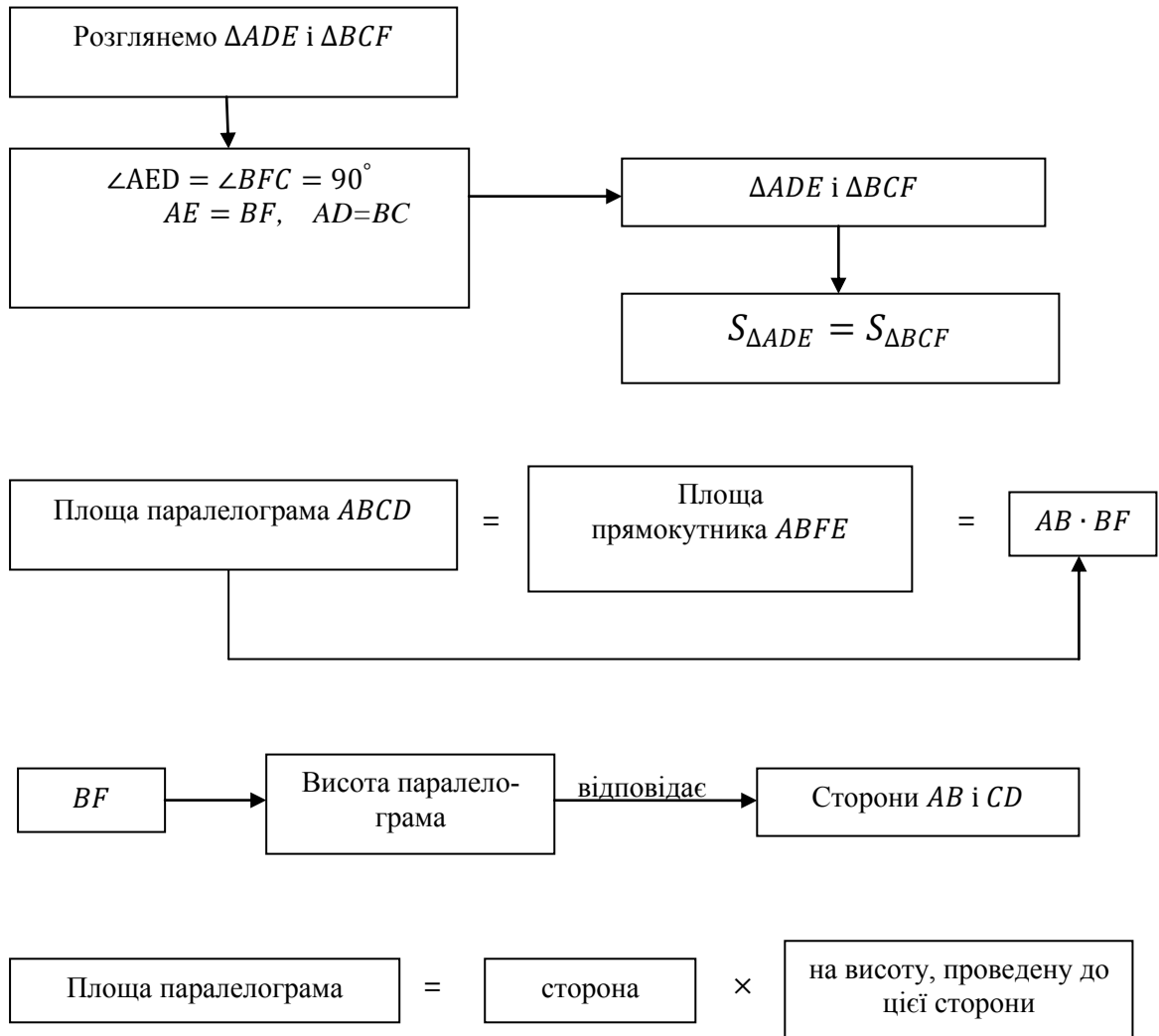
Формули для знаходження радіусів описаних і вписаних кіл правильних багатокутників, бажано супроводжувати таким опорним конспектом:

- R – радіус описаного кола,
- r – радіус вписаного кола,
- a – сторона багатокутника,
- n – кількість сторін багатокутника,
- β – $\frac{1}{2}$ центрального кута багатокутника.

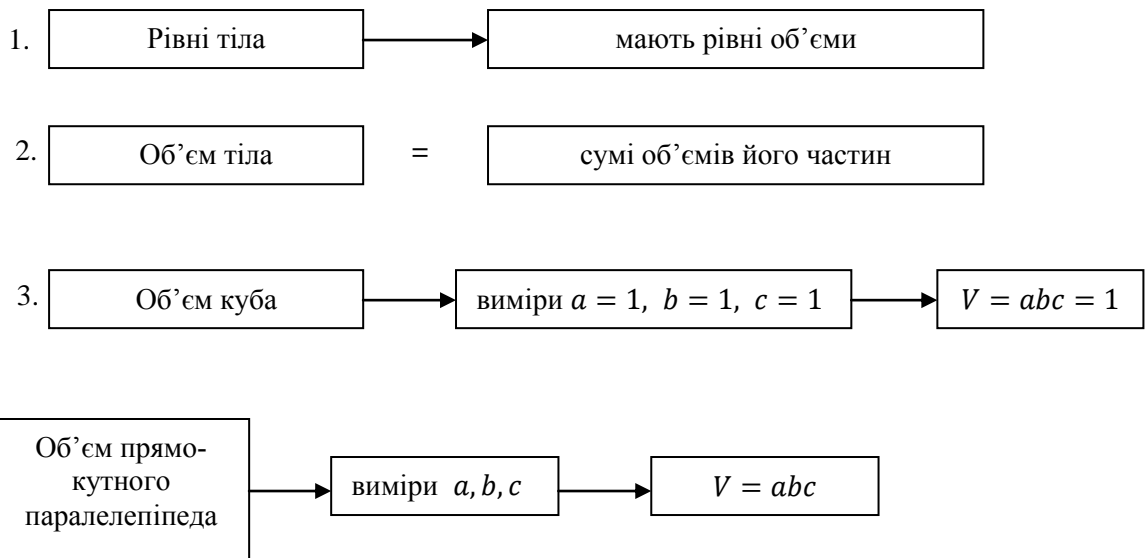
	$n = 3$	$n = 4$	$n = 6$
$\beta = \frac{180^\circ}{n}$	$\beta = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$	$\beta = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$	$\beta = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$
$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$	$R = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$	$R = \frac{a}{2 \sin 45^\circ} = \frac{a}{\sqrt{2}}$	$R = \frac{a}{2 \sin 30^\circ} = a$
$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$	$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$	$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} 45^\circ} = \frac{a}{2}$	$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

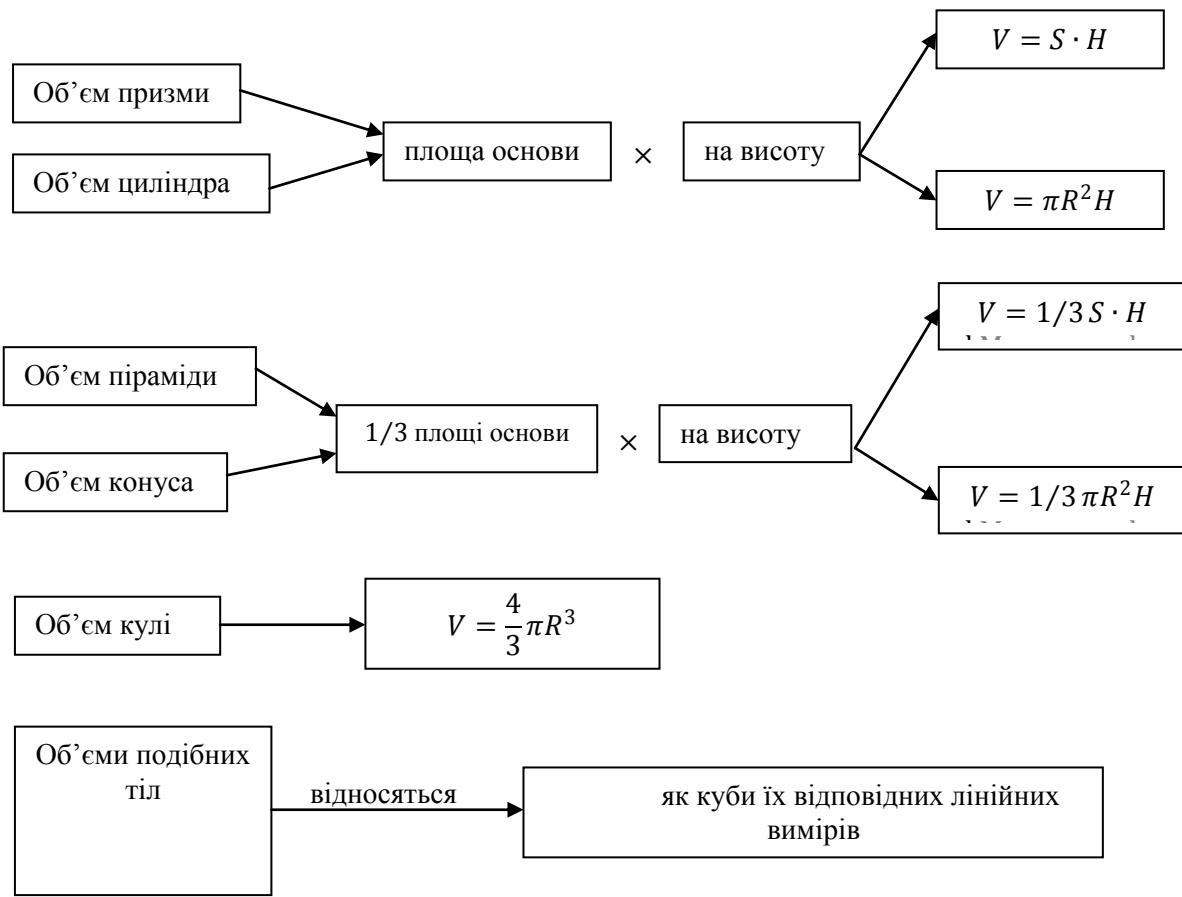
Теорему про площу паралелограма можна вивчати за допомогою такого опорного конспекту:





Узагальнюючи і систематизуючи теоретичні відомості про об'єми геометричних тіл доцільно використати такий опорний концепт:





Опорні конспекти можна використовувати також і для перевірки знань учнів. Ними зручно користуватися в процесі повторення матеріалу.

Опорні конспекти використовуються в комплексі з іншими методами навчання.

Література

1. Бевз Г.П. Методи навчання математики. Навчально-методичний посібник /Г.П. Бевз. К.: Генеза. – 2010. – 120 с.
2. Горохольська А.В., Яценко С.Є. Методика навчання математики в старшій та вищих школах. Навчально-методичний посібник для студентів /А.В. Горохольська, С.Є. Яценко. – К. – 2007. – 1991 с.
3. Моторіна В.Г. Технології навчання математики в середній школі /В.Г. Моторіна. – Харків. – 2001. – 261 с.
4. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. 2-ге видання доповнене і перероблене /З.І. Слєпкань. – К.: Вища школа. – 2006. – 582 с.
5. Шаталов В.Ф. Куда и как исчезли тройки /В.Ф. Шаталов. – М.: Педагогика. – 1997. – 134 с.

УДК 371

ВИКОРИСТАННЯ WIKI-ТЕХНОЛОГІЙ В ОСВІТНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ

Н.А. Плавко, Е.О. Чернишова

В останні роки все частіше піднімається питання про застосування нових інформаційних технологій в освітній діяльності. Її модернізація передбачає заміну використання традиційних засобів передачі та відтворення інформації на більш сучасні методи, які обов'язково повинні бути орієнтовані на веб-технології. Досить популярним на сьогоднішній день є так звані wiki-технології.

Дуже складно визначити, що ж таке wiki – клас скриптів, технологічна концепція чи навіть філософія. Перша Wiki-мережа, «Портлендське сховище зразків» (зразків програмного коду), була створена 25 березня 1995 року програмістом Уордом Каннінгемом. Кілька подібних проєктів, що були створені на основі wik- технології в середині 90-х років XX століття, є не просто масштабними, але й унікальним. Проте для широкого кола користувачів wiki досі залишається загадкою [1, 2].

ВікіВікі (wiki-wiki – походить з гавайської «швидко-швидко») – це гіпертекстове середовище, яке відносять до сервісів Веб 2.0, колекція взаємопов'язаних між собою текстових сторінок, до яких кожний зареєстрований користувач Інтернету може вносити свої зміни (за виключенням певної кількості статичних веб-сторінок) або створити нову сторінку.

У 2006 році термін Wiki додано до онлайн-ового Оксфордського Словника Англійської мови (Oxford English Dictionary, OED). Він означає модель сайтів, контент яких може змінювати сам користувач [3].

Для створення wiki-середовища необхідне особливе серверне програмне забезпечення – «Wiki-двигун». Це різновид системи управління сайтом досить простої структури і функціональності, бо майже всі дії по структуризації та обробці відомостей здійснюються самими користувачами.

Сьогодні wiki-проєкти можна використовувати в навчально-виховному процесі. Що дає змогу вирішувати наступні питання :

- створювати єдину платформу для надання енциклопедичних відомостей з певної галузі знань;
- активізувати використання та створення освітніх веб-ресурсів;
- організувати індивідуальну або групову роботу;
- глибше вивчити потрібну галузь знань;
- скоротити час навчання і підвищити рівень підготовки;
- підвищити ефективність навчання [4].

Wiki-мережі мають ряд переваг над іншими веб-ресурсами. Можливість багатократно правити текст дозволяє залучати різних людей до створення статей та дає можливість постійно оновлювати і вдосконалювати їх. При цьому корисною буде історія обліку змін, що були внесені до змісту сторінки, та можливість повернутися до попередньої версії. Сторінка обговорень до кожної статті, де відвідувач може залишити свої коментарі, допоможе врахувати думки інших користувачів щодо представленої теми.

Цікавим є досвід професора Інституту технологій Рочестеру Елізабет Лейн Лоулі, яка використала технологію wiki в одній зі своїх університетських груп для формування бази питань проміжного іспиту. Оцінка студента на 10% залежала від його активності у підготовці питань, необхідно було придумати питання не менше ніж на 10 балів і відкоригувати питання інших студентів. В цілому якість питань, запропонованих студентами, не була відмінною, але це дало змогу отримати достатню кількість питань, щоб створити повний іспит [5]. У результаті було розроблено 60 запитань, викладач скоротив свої трудовитрати на розробку тесту, студенти взяли активну участь у їх підготовці, спільно працювали над навчальними матеріалами.

У всесвітній мережі Інтернет існує велика кількість wiki-ресурсів, що містять навчальну інформацію та дають змогу педагогам вирішувати найрізноманітніші освітні завдання. Розглянемо деякі wiki-проєкти мережі:

Найбільш популярним на сьогоднішній день таким Інтернет-ресурсом є *Wikipedia* (Wikipedia) — відкрита багатомовна wiki-енциклопедія (назва утворена від слів «wiki» - техно-

логії для створення сайтів та «енциклопедія»). Засновниками Вікіпедії є Ларрі Сенгер та Джиммі Вейлз. Офіційне відкриття відбулося 15 січня 2001 року.

Вікіпедія містить майже 22 млн. статей, що написані добровольцями з усього світу. Учасників Вікіпедії називають вікіпедистами. Вікіпедія є п'ятим за популярністю веб-сайтом у світі — його щомісяця відвідують понад 400 млн. осіб. Як Інтернет-довідник Вікіпедія є найбільшою і найпопулярнішою серед подібних сайтів. За обсягом відомостей і тематикою Вікіпедія вважається найповнішою енциклопедією, яка коли-небудь створювалася за всю історію людства.

Однією з переваг Вікіпедії є можливість представлення інформації рідною мовою — сайт складається з 285 мовних розділів (національних Вікіпедій). Найбільшою національною Вікіпедією за кількістю статей є англійська, яка містить більше 4 млн. статей.

Українська Вікіпедія — україномовний розділ Вікіпедії багатомовного Інтернет-проекту зі створення вікі-енциклопедії, яку може редагувати кожний охочий користувач Інтернету. Як свідчать записи в історії головної сторінки, перші спроби створити український розділ відносяться до грудня 2003 – січня 2004 року.

Станом на 18 вересня 2013 року кількість статей української Вікіпедії становить — 464 798, за цим показником вона перебуває на 18-му місці серед усіх мовних розділів та на 3-му місці серед Вікіпедій слов'янськими мовами [6].

Крім Вікіпедії функціонують й ряд інших цікавих україномовних вікі-проектів, які можна використовувати і наповнювати:

Вікіпідручник — це вільне Інтернет-зібрання, де кожен відвідувач може внести свій вклад в написання навчальної літератури: підручників, посібників, тощо, писати творчі переробки інших творів, безкоштовно читати, копіювати, видавати та змінювати їх зміст.

Ці матеріали можуть використовуватися в традиційному навчанні, акредитованих закладах, для навчання вдома, як частина курсу Віківерситет або для самонавчання. Як правило тільки навчальні книги підходять для включення в Вікіпідручник. Більшість типів книг, наприклад таких як белетристика, вже видані тексти, різні дослідження, не призначені для включення в Вікіпідручник, якщо вони не є навчальними. Використання літературних елементів, таких як алегорія або байки, як навчальні інструменти можуть бути дозволені в деяких випадках [7].

Вікісловник – це багатомовний словник довільного наповнення, україномовний розділ проекту Wiktionary. Він є спробою об'єднати в одному продукті граматичний, тлумачний, етимологічний і багатомовний словники, а також тезаурус. Наразі Вікісловник налічує 34 871 статей. Будь-хто може збільшити це число, написавши нову статтю, а ще поліпшити якість словника, доповнюючи й виправляючи наявні статті. Усі статті в цьому словнику пишуть тільки українською мовою.

Вікісловник надає унікальну інформацію, відсутню в Вікіпедії: словосполучення, приказки, абрєвіатури, акроніми, опис помилок правопису, спрощені / спотворені варіанти написання / проголошення слів, спірні випадки вживання, протологізми, різні стилі (напр., розмовний) і предметні області. Таким чином, Вікіпедія та Вікісловник доповнюють один одного [8].

ВікіЦитати (Wikiquote) — це вільне зібрання цитат, висловлювань, афоризмів, приказок відомих особистостей чи героїв художніх творів. Проект побудований на платформі Wiki, що означає, що редагувати матеріали може кожен охочий.

Англomовна версія проекту стартувала 27 червня 2003 року, україномовна — 30 листопада 2005 року. Зараз у ВікіЦитатах налічується 2438 повноцінних статей, кількість яких постійно зростає [9].

Вікіджерела (Wikisource, Вікітека) — це розділ мережевої Вікі-бібліотеки «першоджерел», що знаходяться у відкритому доступі (є суспільним надбанням) або публікуються авторами під вільною ліцензією. У ній розміщено художні твори, історичні та інші документи, статті, вихідні тексти програм тощо, тобто будь-які тексти, які можуть супроводжуватись мультимедійними ілюстраціями, що можуть бути корисні україномовній спільноті [10]. Однією з умов розміщення книги у Вікіджерелах є необхідність попереднього офіційного опублікування твору.

Інтерактивний інформаційний простір системи освіти «ВікіОсвіта», розроблений корпорацією Інком. *ВікіОсвіта* – це мережеве об'єднання учасників навчально-виховного процесу для спільного створення та оперативного поширення освітніх інформаційних ресурсів, опану-

вання нових інформаційних технологій та нових організаційних форм навчальної діяльності. Розробники проекту визначили для нього наступні цілі:

- оперативна публікація авторських матеріалів;
- колективна робота над формуванням освітніх інформаційних ресурсів;
- мережеве накопичення та безпосередній обмін освітніми інформаційними ресурсами;
- опанування нових інформаційних технологій та нових організаційних форм навчальної діяльності [11].

Педагогів необхідно спонукати до інноваційної діяльності, впроваджувати wiki-технології в освітню діяльність, використовувати матеріали при підготовці та проведенні занять, активніше долучатися до наповнення Вікіпедії та подібних wiki-проектів змістовними та достовірними статтями. Дослідження wiki-сервісів переконує в тому, що вони, увійшовши до системи освіти, стануть фундаментом для побудови новітніх освітніх середовищ, що в повній мірі задовольнятимуть вимогам часу.

Література

1. Щуров И., Борис Б.СОФТЕРРА: Википедия своими руками. WikiWikiWeb: от идеи до философии.
2. Технології Віківікі [Електронний ресурс]. Спосіб доступу: [http://wiki.kspu.kr.ua]
3. Дягло Н.В. Вікі-технології у сучасній освіті / Н.В. Дягло // Комп'ютер у школі та сім'ї. - 2009. - № 2 (74) – С. 30-31.
4. Стеценко Г.В. Практичне використання вікі-енциклопедії в навчально-виховному процесі // Комп'ютер в школі та сім'ї, 2009 – № 5. – С.34-39.
5. Блог Елізабет Лейн Лоулі [Електронний ресурс] Спосіб доступу: [http://mamamusings.net/archives/2007/01/24/collaborative_exam_creation.php]
6. Українська Вікіпедія [Електронний ресурс]. Спосіб доступу: [http://uk.wikipedia.org/wiki]
7. Вікіпідручник [Електронний ресурс] Спосіб доступу: [http://uk.wikibooks.org]
8. Вікісловник [Електронний ресурс]. Спосіб доступу: [http://uk.wiktionary.org]
9. Вікіцитати [Електронний ресурс] Спосіб доступу: [http://uk.wikiquote.org/wiki]
10. Вікіджерела [Електронний ресурс] Спосіб доступу: [http://uk.wikisource.org/wiki]
11. ВікіОсвіта [Електронний ресурс] Спосіб доступу: [http://www.eduwiki.uran.net.ua]

УДК 378.147

ДІАГНОСТИКА ФОРМУВАННЯ НАВИЧОК САМООСВІТИ ПЕРШОКУРСНИКІВ ВНЗ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ДИСЦИПЛІН

О.В. Творун, Л.Ю. Мельничук

Статтю присвячено проблемі формування навичок самоосвіти першокурсників вищих технічних навчальних закладів (ВНЗ) у процесі вивчення фундаментальних дисциплін. Проаналізовано сутність базових понять, стан дослідженості проблеми в психолого-педагогічній літературі, особливості самоосвіти першокурсників вищих технічних навчальних закладів у процесі вивчення фундаментальних дисциплін. Показано результати дослідження щодо впровадження розробленої технології, яка базується на застосуванні електронних посібників, з метою розвитку навичок самоосвіти студентів першого курсу вищих технічних навчальних закладів.

Вступ. Аналіз літератури показує, що сучасне суспільство висуває нові вимоги до організації навчального процесу у ВНЗ. Основною педагогічною ідеєю у XXI столітті є самоосвітня діяльність впродовж життя. Дослідженню проблеми формування у людей світогляду, що дозволяє самостійно здобувати нові знання, мислити креативно, приділялась належна увага,

зокрема, таким її аспектам: методологічні засади теорії неперервної професійної освіти (І. Канке, А. Коломієць, Ю. Кулюткін, А. Владіславлев, Н. Рубакін, А. Айзенберг, А. Дарінський, Б. Гершунський та ін.); професійної підготовки фахівців у вищій школі (В. Бондар, Р. Гуревич, П. Підкасистий та інші), формування у студентів-першокурсників уміння вчитися самостійно (Н. Бухлова, В. Петрук, А. Вербицький та ін.). За умов модернізації освітнього простору істотної ваги у випускників ВНЗ набуває питання сформованості навичок самоосвіти. Дослідник О. Діордіященко стверджує, якщо навчальний матеріал студент опрацює власноруч, самостійно виконує завдання від постановки до аналізу отриманих результатів, то засвоюється не менше 90 % інформації [1]. Це є особливо актуальним в час інтеграції України в міжнародний освітній простір, де вагоме місце займає самостійна робота студентів, вища школа поступово, але неухильно, переходить від передачі інформації до керівництва навчально-пізнавальною діяльністю студентів, формування у них навичок самоосвіти.

Основна частина. У ході педагогічного дослідження протягом 2009 – 2013 рр. нами було визначено компоненти самоосвіти та її особливості. Вивчення психолого-педагогічної літератури дало змогу розробити критерії і показники сформованості навичок самоосвіти у першокурсників. Дослідження даного питання показало, що структура готовності до самоосвітньої діяльності включає три взаємозв'язаних і взаємозалежних компонентів: мотиваційний, емоційно-вольовий і операційно-складовий. Визначено, що мотивація займає провідне місце для формування та розвитку навичок самоосвіти. Шрофф Р. та Вогел Д., провівши дослідження, встановили, що внутрішня мотивація зумовлює позитивний вплив на навчання та наукові досягнення [2]. Відповідно до виокремлених нами критеріїв сформованості навичок самоосвіти та їх показників нами було досліджено вмотивованість студентів до вивчення фундаментальних дисциплін (до самостійного опрацювання теоретичного матеріалу, що виділено робочим планом викладача на самостійну роботу студента, самостійне виконання типових розрахунків, підготовка до лабораторних та практичних занять).

Формувальний експеримент проводився в три етапи.

Перший етап відбувся у вигляді проміжних контрольних робіт, тестування знань, он-лайн опитування, за результатами першого модуля.

Другий етап проводився аналогічно до першого. До уваги було прийнято результати другого модуля. У II триместрі 2012 – 2013 н.р. студенти експериментальної групи (ЕГ) вивчали курс загальної фізики за розробленими нами технологіями та посібниками (містяться за адресою fiz.cloudportal.biz) з використанням корисної моделі «Мультимедійний навчальний клас», які сприяють формуванню у них навичок самоосвіти.

Третій етап мав місце під час екзамену. Аналізувалися відповіді студентів на кожне з питань білету: відповіді на теоретичні запитання та розв'язки практичних завдань.

Досліджено, що після закінчення експерименту збільшилася кількість респондентів у ЕГ, які мають внутрішню мотивацію (в той час, як в контрольній групі (КГ) суттєвих змін не спостерігалось). Виявилось, що лише внутрішня мотивація до самоосвітньої діяльності наявна у 72,7 % опитаних, у 4,6 % студентів – лише зовнішня мотивація. Але досліджено, що 13,7 % студентів мають як зовнішню, так і внутрішню мотивацію до самоосвіти і 9 % студентів не мають мотивації до самоосвіти. Дане анкетування показало, що самоосвіта є важливою для 86,4 % респондентів, причому з них самоосвітою займаються 77,3 %. Це вказує на необхідність зміни підходів до формування вмотивованості до навчання першокурсників ВТНЗ.

На основі праць В. Безпалька виділено наступні рівні навичок самоосвіти [3]: *задовільний рівень* (розпізнавання об'єктів, що вивчаються, і процесів при повторному сприйнятті раніше засвоєної інформації про них або дій з ними); *середній рівень* (відтворення засвоєних раніше знань від буквальної копії до застосування в типових ситуаціях за засвоєним раніше зразком); *достатній рівень* (засвоєння інформації, при якому студент здатний самостійно відтворювати і перетворювати засвоєну інформацію для обговорення відомих об'єктів і застосування її в різноманітних нетипових (реальних) ситуаціях); *високий рівень* (володіння навчальним матеріалом, при якому студент здатний створювати об'єктивно нову інформацію, невідому раніше нікому).

Крім того, нам вважається доцільним підхід В. Безпалька щодо оцінювання рівнів засвоєння навчального матеріалу з використанням коефіцієнта здатності. Для визначення $K_{зд}$ у процесі

вивчення фундаментальних дисциплін нами прийнята рангова оцінка: «0» - низький рівень ($K_{\alpha} < 0,7$ – студент не має інтересу до самоосвіти; не здатний до організації власної діяльності, зокрема, самостійної позааудиторної роботи; має слабо розвинені навички здобувати нову інформацію з різних джерел; не здатний контролювати процес самоосвіти, здійснювати його самоаналіз та самооцінку); «1» - середній рівень ($0,7 \leq K_{\alpha} < 0,8$ – студент виявляє незначний інтерес до самоосвіти, допускає помилки у процесі планування самостійної роботи, має задовільні навички здобувати та обробляти нову інформацію з різних джерел та здійснювати самоаналіз та самооцінку процесу самоосвіти); «2» - достатній рівень ($0,8 \leq K_{\alpha} < 0,9$ – студент виявляє інтерес до самоосвіти, але здійснює її фрагментарно, має достатні навички здобувати та обробляти нову інформацію з різних джерел та здійснювати самоаналіз і самооцінку процесу самоосвіти); «3» - високий рівень ($0,9 \leq K_{\alpha} < 1$ – студент виявляє інтерес до самоосвіти та здійснює її систематично, має навички організації власної самостійної діяльності, вміє реалізовувати творчий потенціал у різних видах діяльності, уміє здобувати нову інформацію з різних джерел, її обробляти та використовувати для розв’язування додаткових задач, здатний здійснювати самоаналіз та самооцінку процесу самоосвіти).

Оцінювання здатності до самоосвіти було проведено за кількісною ознакою варіаційного ряду, яка виражена коефіцієнтом $K_{зд}$ (рис. 1).

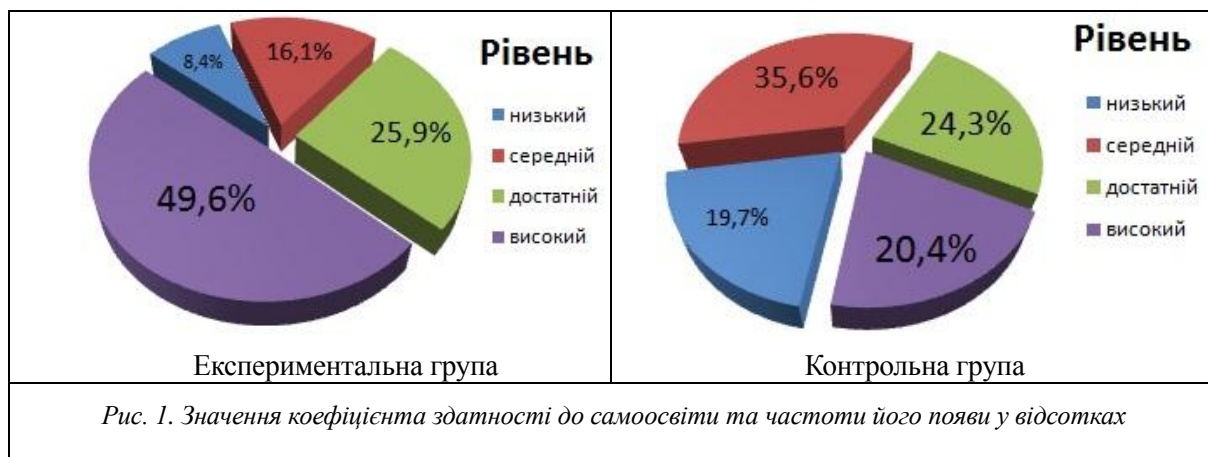


Рис. 1. Значення коефіцієнта здатності до самоосвіти та частоти його появи у відсотках

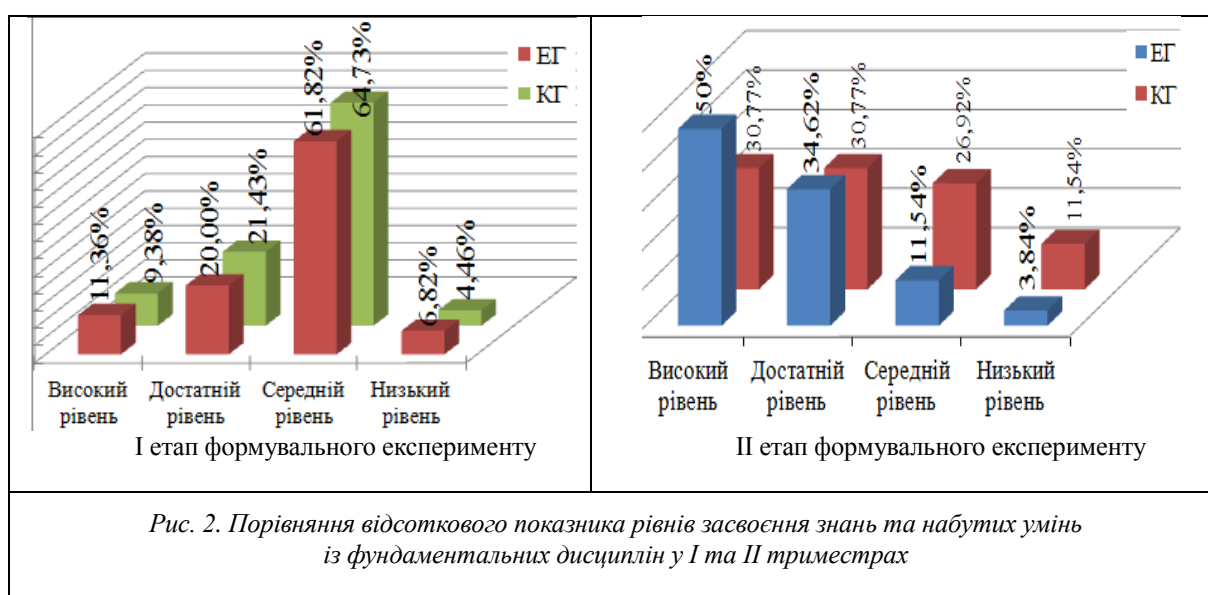


Рис. 2. Порівняння відсоткового показника рівнів засвоєння знань та набутих умінь із фундаментальних дисциплін у I та II триместрах

Результати показали, що запропонована нами технологія зменшує низький (на 11,3 %) та середній (на 19,5 %) і збільшує достатній (на 1,6 %) та високий (на 29,2 %) рівні сформованості здатності до самоосвіти у студентів за сукупністю отриманих балів згідно з ранговою шкалою після вивчення дисципліни «Загальна фізика». Перевірка за алгоритмом значущості відмінностей

у двох вибірках на суттєвість розбіжностей показала, що різниця між середніми та дисперсіями [4] значуща, тому запропонована технологія суттєво підвищує рівень сформованості здатності до самоосвіти студентів ВТНЗ.

Результати експерименту свідчать, що в КГ середній бал оцінок в модулях та на екзаменах нижчий за відповідними показниками, ніж в експериментальній групі (рис. 2).

Крім того, набагато відрізняються показники низького рівня засвоєних знань і набутих умінь в порівнюваних групах на користь експериментальної групи. Аналіз результатів статистичного дослідження значущості відмінностей середніх і дисперсій між групами показує, що різниця між середніми та дисперсіями значуща. Це свідчить, що запропонована технологія формування навичок самоосвіти у ВТНЗ суттєво підвищує рівень набутих студентами знань та умінь. Відзначено підвищення високого рівня засвоєних знань та набутих практичних умінь в ЕГ у II триместрі на 38,64 % в порівнянні з I триместром.

З метою визначення ефективності впливу розробленої технології формування навичок самоосвіти першокурсників ВТНЗ було розраховано коефіцієнт успішності для дослідних груп за методикою І. Мархеля, Ю. Овакімяна [5]. Отримане значення для ЕГ $K_{yc} = 0,73$ підтверджує ефективність використання запропонованої технології формування навичок самоосвіти у студентів першого курсу ВТНЗ; для КГ $K_{yc} \approx 0,59$ підтверджує дуже слабку неефективність навчального процесу в контрольній групі.

Висновки. Як показав педагогічний експеримент, реалізація розробленої нами технології навчання сприяла підвищенню високого рівня засвоєних знань та набутих практичних умінь на 38,64 %, здатності до самоосвіти (проведено за кількісною ознакою варіаційного ряду, яка виражена коефіцієнтом здатності $K_{зд}$) на 29,2 %.

Література

1. Діордіяченко О. В. Самостійна робота студентів у ВНЗ / Діордіяченко О. В. // Педагогические науки : Проблемы подготовки специалистов [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL : http://www.rusnauka.com/ONG_2006/Pedagogica/17894.doc.htm.
2. Shroff R. Assessing the Factors Deemed to Support Individual Student Intrinsic Motivation in Technology Supported Online and Face-to-Face Discussions / Ronnie H. Shroff, Douglas R. Vogel // Journal of Information Technology Education. – N 8. – P. 59 – 85.
3. Беспалько В. П. Педагогика и прогрессивные технологии обучения / Беспалько В. П. – М., 1995. – 335 с.
4. Петрук В. А. Теоретико-методологічні засади формування базових професійних компетенцій у майбутніх фахівців технічних спеціальностей : дис. ... док. пед. наук : 13.00.04 / Петрук Віра Андріївна. – Вінниця, 2007. – 520 с.
5. Мархель И. И. Комплексный подход к использованию технических средств обучения : [Учеб.-метод. пособие для сред. спец. учеб. заведений] / И. И. Мархель, Ю. О. Овакімян. – М: Высш. шк., 1987. – 174 с.
6. Грабар М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М. И. Грабар, К. А. Краснянская. – М. : Педагогіка, 1997. – 135 с.



Пам'яті Георгія Вороного

УДК 51(09)

ВОРОНИЙ ГЕОРГІЙ ФЕДОСІЙОВИЧ – ВЕЛЕТ НАУКИ З УКРАЇНСЬКОЇ ЖУРАВКИ

Н.А. Барило, Є.М. Кравченко

У місті Прилуки Чернігівської області на приміщенні школи №1 встановлено меморіальну дошку з написом: «У цьому будинку в 1881-1885 роках навчався видатний російський учений-математик, член-кореспондент Петербурзької Академії Наук, професор Георгій Федосійович Вороний (1868-1908)».

Хто ж він і чим прославив вітчизняну науку?

Георгій Федосійович народився 28 квітня 1868 року в містечку Журавка колишньої Полтавської губернії Пирятинського повіту (нині Варвинського району Чернігівської області). Його батько, Ф.Я. Вороний – магістр російської словесності, працював професором у Ніжинському ліцеї (1864-1872), згодом викладав у Кишинівській, Бердянській та Прилуцькій гімназіях. Федосій Вороний залишив після себе наукову працю, де висловив свої погляди на освіту й викладання. На його думку одним із основних і невідкладних завдань поширення серед народу історичних знань і ознайомлення із суспільними науками, які прояснюють розум людини, надають їй більш широкого розуміння свого становища у житті і нерідко вказують, як вона може розпорядитися даними їй силами для кращого благополуччя для себе і для інших.

Дитячі та юнацькі роки Георгія Вороного пройшли в Прилуках. Середню освіту здобував спочатку в Бердянській, а потім Прилуцькій чоловічій гімназії, яку закінчив у 1885 році.

Його перша праця «Розклад многочленів та множників, заснованих на властивостях коренів квадратних рівнянь», яка відноситься до гімназичних років (1885р.), була надрукована на сторінках журналу з елементарної математики, започаткованого у 1884 році видатним математиком, педагогом, професором Київського університету В. П. Єрмаковим. Варто відмітити, що особливе захоплення математикою проявилось у Георгія Вороного не тільки завдяки природним здібностям, а також у результаті впливу на свідомість і захоплення юнака його викладача математики, Івана Володимировича Богословського. Щоденники Георгія Вороного свідчать, що у студентські роки він неодноразово і з вдячністю згадував свого улюбленого вчителя (щоденник зберігається в Інституті Рукопису Національної бібліотеки України ім. В.І.Вернадського).

Навчаючись у Петербурзькому університеті (1885-1889рр.), Вороний формувався як учений. Його основною галуззю досліджень була теорія чисел, а науковим наставником був професор Андрій Марков. «... Вороний отримав фундаментальні результати і в алгебраїчній, і в аналітичній, і в геометричній теорії чисел» [6, с. 256].

Працюючи зі своїм вчителем А.А. Марковим, який розв'язав задачу про розклад раціональних чисел на ідеальні множники в кубічному полі алгебраїчних чисел, Вороний самостійно, глибоко, детально дослідив це поле чисел, узагальнивши на цей випадок алгоритм неперервних дробів. Разом з тим він установив ряд важливих теорем геометричного характеру і в подальшому велику увагу приділив дослідженням у галузі створеної ним геометрії чисел. У цій галузі йому належать глибокі дослідження многогранників. Зокрема, відома теорема Вороного про паралелоєдри (паралелоєдр – опуклий многогранник, паралельним перенесенням якого можна замостити простір, тобто покрити евклідов простір так, щоб багатогранники не входили один в одного і не залишали порожнеч між собою): будь-який примітивний паралелоєдр афінно еквівалентний DV-області деяких ґраток [5, с.271-272].

Великий вплив на діяльність Вороного мав П.Ф. Чебишов, який залучав до роботи багато молодих здібних учених. За його ініціативи була створена Петербурзька математична школа. Серед таких найвидатніших представників цієї школи в дев'ятнадцятому столітті як О.М. Коркін, Є.І. Золотарьов, А. А. Марков, О.М. Ляпунов був і Г.Ф. Вороний. Характерною рисою діяльності Вороного був інтерес до конкретних наукових проблем корінного значення, зокрема, майстерне володіння *математичними методами*, що в свою чергу давало змогу видатні наукові результати здобувати порівняно простим математичним апаратом, а також постійне звертання до практики, як джерела й важливого корінного фактора теоретичних досліджень. [5, с.268].

«Георгій Вороний – геніальний український математик. Він під час свого перебування в Петербурзькому університеті займався з гідним подиву успіхом кубічною областю і в цій області зробив геніальне відкриття. Він узагальнив на кубічну область алгоритм неперервних дробів, що дає алгебраїчні одиниці в квадратичній області. Це узагальнення марно шукали з часів Ейлера протягом XIX століття усі найвидатніші математики. Вийшов таким чином алгоритм Вороного», – слова творця першої великої математичної школи в Україні, академіка АН України, члена-кореспондента РАН і почесного члена АН СРСР Д.О. Граве (щоденник 1934р.) [1, с.17-23].

Восени 1889 року Георгій Вороний блискуче склав випускні екзамени і захистив кандидатську роботу, присвячену числам Бернуллі.

З 1894 року Георгій Вороний, працюючи професором Варшавського університету, написав дві дисертації: магістерську – «Про цілі числа, залежні від кореня рівняння третього ступеня» (1894 рік) та докторську – «Про одне узагальнення алгоритму неперервних дробів» (1896 рік). За дослідження викладені в згаданих вище роботах Академія наук присудила Г.Ф. Вороному премію імені академіка В.Я. Буняківського і звання члена-кореспондента Петербурзької Академії наук (1907). Результати досліджень є одними із найблисучіших досягнень вітчизняної математики.

У 1897 році Вороний, захистивши докторську дисертацію, став ординарним професором Варшавського політехнічного інституту. Ним розроблені й створені нові напрями й методи досліджень у теорії чисел, зокрема дослідження асимптотичних властивостей арифметичних формул. На основі цих досліджень організована російська школа теорії чисел.

У 1898 році працював деканом механічного факультету Варшавського політехнічного інституту. У цьому ж році став членом Московського математичного товариства і взяв участь у роботі X з'їзду російських природознавців і лікарів у Києві.

На його честь названі діаграми, що застосовуються у багатьох галузях знань. Діаграма – (від грец. Διάγραμμα (diagramma) – зображення, рисунок, креслення) – графічне зображення, що наочно у вигляді певних геометричних фігур показує співвідношення між різними величинами, які порівнюються [7, с. 387]. Діаграма Вороного – це особливий вид розбиття метричного простору, що визначається відстанями до заданої дискретної множини ізольованих точок цього простору. Розглянемо алгоритм побудови діаграми за Вороним на прикладі побудови серединного перпендикуляра до відрізка, що з'єднує деяку пару точок p і q . Цей перпендикуляр розбиває площину на дві півплощини H_{pq} і H_{qp} , причому область Вороного точки p цілком міститься в одній з них, а область точки q - в іншій (рис.1). Область Вороного V_p точки p збігається з перетином всіх таких півплощини $H_{pq}: V_p = \bigcap_{q \in S/\{p\}} H_{pq}$

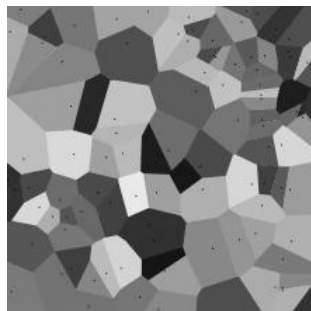


Рис. 1. Діаграма Вороного

Таким чином, розв'язання завдання зводиться до обчислення такого перетину для кожної точки p .

Оскільки метод побудови за його діаграмами дозволяє створювати максимально міцні структури з використанням мінімальної кількості матеріалу, то цей метод часто використовується в інженерії, медицині, архітектурі тощо (прикладом застосування діаграм Вороного може слугувати Лампа-Гриб, дизайнера Андре Коельо).

Напружена розумова праця підірвала його здоров'я. Лікарі вважали, що Вороному необхідна тривала відпустка та лікування закордоном, але він, як і раніше, на літо приїздив до Журавки. Наприкінці жовтня 1908 року в ученого загострилася хвороба жовчного міхура, і 7 листопада Георгія Вороного не стало. Йому було лише 40 років. Похований за його бажанням поруч з могилою батька Ф.Я. Вороного в рідному селі Журавка [4, с.106].

Праці Георгія Вороного набули особливо великого значення за останні двадцять років. Це пов'язано із розвитком комп'ютерної графіки, молекулярної біології, радіаційної фізики, космології, творенням штучного інтелекту. За своє коротке життя він написав усього 12 наукових робіт, причому 8 з них успішно використовуються в наш час. Його наукові праці поклали початок кільком новим напрямкам в аналітичній теорії чисел, алгебраїчній теорії чисел, теорії функцій. Результати Вороного з теорії досконалих форм стали суттєвим внеском у теорію квадратних форм і стимулювали подальший розвиток у цьому розділі чистої математики. Ці дослідження продовжують сучасні математики. У книзі «Великі математики Європи» в числі таких, ста імен знаменитих учених, як Піфагор, Лобачевський та інші вписано й ім'я Георгія Вороного – нашого славного земляка, а його дослідження успішно продовжили такі математики як І.М. Виноградов, Б.О. Венков, Б.М. Делоне.

Із 2004 року в різних країнах світу відбуваються щорічні симпозиуми, присвячені діаграмам Вороного: в Японії (Токіо 2004), Кореї (Сеул, 2005), Канаді (Калгарі, 2006), Великобританії (Кларморган, 2007), Україні (22-28 вересня 2008 у Київському Національному педагогічному університеті М.П. Драгоманова). У стінах Ніжинського державного університету імені Миколи Гоголя, 23-24 квітня 2013 року, відбулася Міжнародна наукова конференція «Георгій Вороний – погляд у ХХІ століття». У селищі Журавка функціонує музей Вороного, на базі якого проводяться науково-практичні конференції з участю гостей із різних країн світу (США, Японія, Польща, Росія...)

25 липня 2008 року Національний Банк України, продовжуючи серію «Видатні особистості України», ввів в обіг монету номіналом 2 гривні, на ознаменування ювілею великого вченого, одного з найвідоміших математиків світу Георгія Вороного.

Увага до творчості Георгія Вороного свідчить, що, хоч наукові роботи українського математика були визнані геніальними ще його сучасниками, справжнє значення його наукового спадку розкривається лише в наш час.

Наукова спадщина Г.Ф.Вороного робить честь Україні, бо надзвичайно високо шанована в цілому світі. Саме для цього 23 червня 2010 року створений *благодійний фонд імені Георгія Вороного*. Завданнями якого є здійснення благодійної діяльності в інтересах суспільства та окремих категорій населення шляхом об'єднання меценатів та сприяння практичному здійсненню регіональних, місцевих програм, що спрямовані на:

- освоєння, популяризацію досягнень та наукових здобутків видатного українського вченого-математика Георгія Федосійовича Вороного серед педагогів, батьків, молоді, громадськості України;
- виявлення математично обдарованих дітей і підлітків та сприяння розвитку їх здібностей;
- охорону і збереження культурної спадщини, історико-культурного середовища, пам'яток історії та культури;
- сприяння розвитку науково-пошукової діяльності та багатосторонніх соціально-економічних, культурних, наукових та освітніх зв'язків і послуг.

Література

1. Гравед, Д.О. Про узагальнення алгоритму Вороного // Журнал математичного циклу ВУАН. – 1933. - №2. - С.17-23.

2. Карпилянський Л. 50 славетних Прилучан. – Прилуки, 2003.
3. Риженко А. Видатний математик/А. Риженко// Скарбниця. – 1993. – С.6
4. Савон О.А Творці історії Прилуччини: довідник. – Ніжин: ТОВ Видавництво “Аспект-Поліграф”, 2009. – 768с.
5. СтройкД.Я. Коротка історія математики. – К.: Рад. Шк., 1960. – 305с.
6. СтройкД.Я. Краткий очерк истории математики. – М.: Наука, 1969. – 327с.
7. Советский энциклопедический словарь/Гл.ред. А.М. Прохоров. – М.: Сов. Энциклопедия, 1984. – 1600с.
8. Діаграма Вороного [Інтернет ресурс]. Доступний з: <http://znaimo.com.ua>

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ИСКУССТВО И ВИРТУАЛЬНОЕ ВИДЕНИЕ МОЗАИКИ ВОРОНОГО

М.З. Закариашвили

*Телавский государственный университет имени Якоба Гогешашвили
(г. Телави. Грузия)*

В математическом мире известна диаграмма Вороного о разбиении плоскости по распределению точек на плоскости, которая в честь учёного носит название диаграмма Вороного, мозаика Вороного, тесселация Вороного, разбиение Вороного, разбиение Дирихле.

Диаграмма Вороного конечного множества точек S на плоскости представляет такое разбиение плоскости, при котором каждая область этого разбиения образует множество точек, более близких к одному из элементов множества S , чем к любому другому элементу множества.

Не смотря на многовековой «возраст» диаграмма Вороного остаётся в центре внимания учёных и мастеров. Диаграмма Вороного широко используется в науке и многих отраслях технологии, искусстве, что сказывается как на практическом, так и на теоретическом направлении.

К сожалению, в учебных программах обучению диаграмме Вороного уделяется очень мало внимания. Желательно, чтобы грузинские студенты, ученики грузинской школьной образовательной системы были знакомы с трудами великого, российского математика украинского происхождения, Георгия Феодосьевича Вороного.

В честь учёного, для ознакомления студентов трудами Георгия Феодосьевича Вороного, в качестве проекта мы им предложили исследование диаграммы Вороного, (мозаики Вороного, тесселации Вороного).

Целевой группой выбрали группу, в количестве 10 студентов, заинтересованных мозаикой. Длительность исследования – 10 дней. Определили возможные активности проекта – распределение задания, консультации с учителем, краткие отчёты течения работы, показ презентаций, встречи, распределение материалов и создание электро-ресурсов. Определили возможные результаты – web-страницу, брошюру «Математическое искусство – мозаика Вороного», презентации. Для ознакомления научной деятельности Георгия Феодосьевича Вороного на заключительном семинаре мы запланировали пригласить учеников старших классов городской школы.

Тематику исследования учебного проекта мы составили в следующем виде: что такое мозаика; история искусства мозаики – мозаика древнего мира; современная мозаика; известные мастера мозаики; мозаика Вороного; виртуальное видение мозаики Вороного; мозаика, как точечная компьютерная графика; грузинская мозаика; грузинские мастера мозаики в древнем Киеве.

К концу учебного проекта, в заключительный день мы предусматриваем подготовленные студентами материалы; электро ресурсы; представление презентаций; для гостей и библиотеки подготовленную студентами брошюру «Математическое искусство – мозаика Вороного»; указание Web-страницы, созданной студентами.

Очень трудно в пределах одного учебного проекта изучить научную деятельность Георгия Феодосьевича Вороного, но мы считаем, что на начальном этапе данной тематикой возможно ознакомить студентов мозаикой Вороного, Тесселацией Вороного и диаграммой Вороного; заинтересовать их диаграммой Вороного, с точки зрения использования её в науке и искусстве.

Мы думаем, что данный учебный проект будет содействовать развитию многовековых отношений грузинского и украинского народа, ознакомит грузинских студентов с интересным научным творчеством украинского учёного – Георгия Феодосьевича Вороного.

Литература

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Georgy_Voronoy
2. http://en.wikipedia.org/wiki/Voronoi_diagram
3. <http://litopys.net/ru/thisday/month/4/day/28/id/3214>
4. http://ru.wikipedia.org/wiki/Вороной,_Георгий_Феодосьевич
5. <http://dic.academic.ru/dic.nsf>
6. <http://www.mce.su/archive/doc15590/doc.pdf>
7. www.cs.sunysb.edu
8. www.mce.su

ГЕОРГІЙ ВОРОНИЙ – УКРАЇНСЬКИЙ УЧЕНИЙ-МАТЕМАТИК ІЗ ЧЕРНІГІВЩИНИ

О.В. Мельничук

Українська земля подарувала людству цілу плеяду геніальних учених та винахідників. Через ряд історичних обставин, а часом трагічних, синам і дочкам цієї благословенної землі доводилось збагачувати скарбницю знань нашої цивілізації, перебуваючи далеко за межами рідного краю, і тому на рідній землі їхній талант не завжди був належно оцінений і визнаний. Завдяки здобутій незалежності та старанням дослідників усе частіше зустрічаються в наукових журналах імена українських учених із світовим іменем.

Проведені дослідження показують, що близько 200 учених у XIX та XX століттях працювали за межами України. Їхні імена прикрашали університети Європи, Азії, Америки тощо. Як правило, відомими є лише десять-двадцять прізвищ. Якщо говорити про представників природничих і точних наук, то до одних із найяскравіших, і в той же час найбільш послідовно замовчуваних учених, слід віднести Георгія Феодосійовича Вороного.

Народився Георгій Вороний у с. Журавці Варвинського району Чернігівської області 16 квітня 1868 року. Середню освіту здобув у Бердянській та Прилуцькій гімназіях.

По закінченню гімназій навчався у Петербурзькому університеті, де остаточно був сформований як учений-математик. По завершенню університету його залишають для підготовки до професорського звання. 1894 року Г. Вороний захистив магістерську дисертацію і був призначений професором Варшавського університету, де працював майже все життя до своїх останніх днів. На стрімкий злет кар'єри і визнання Г. Вороного вказують такі факти: 1897 рік – захист докторської дисертації; з 1898-го – декан механічного факультету Варшавського політехнічного інституту; 1907 рік – член-кореспондент Петербурзької академії наук. Якби не хвороба, то цей перелік ми б продовжували і продовжували. Але навіть за такий короткий проміжок часу Георгій Вороний є автором дванадцяти праць, які визнані усіма математиками світу і досі за своєю глибиною і довершеністю є актуальними. Так діаграми Г. Вороного широко використовуються в комп'ютерній графіці, геометричному моделюванні, конструюванні робіт, розпізнанні образів, створенні штучного інтелекту тощо.

Безперечно, Георгієм Феодосійовичом Вороним було зроблено й ряд інших вагомих відкриттів, якими користується все людство до сьогодні. Його наукова спадщина є дуже велика, проте ще повністю не вивчена. Нині відомі лише дослідження, що були частково опубліковані в пресі. Поза увагою істориків вітчизняної математики досі залишається найвагоміша частина наукової спадщини вченого, присвячена, зокрема вивченню теорії чисел. Недослідженою залишається і співпраця з українськими науковцями, хоча, є праці, де вказано про підтримку тісних зв'язків із Україною.

Довгий час на батьківщині ім'я вченого, який є взірцем для багатьох на Україні, замовчували. Тільки останнім часом розпочато їх шлях на Україну. Великі вчені повертаються до рідного краю...

ЗМІСТ

1. МАТЕМАТИКА.....	3
<i>Гараханлу Джамшид, Коновал О.В., Казачков І.В.</i> До розробки математичних моделей складних об'єктів зі зсувними аргументами	3
<i>Заріпов Р.Р., Казачков І.В.</i> Сучасні методи розв'язання багатовимірних рівнянь математичної фізики для моделювання складних систем	12
<i>Казачков І.В., Ващенко І.В.</i> Рівняння із запізнюючими та випереджаючими аргументами: з прикладами застосування до моделювання тяжких аварій....	23
<i>Казачков І.В., Косяк І.І.</i> Інформаційно-аналітичне забезпечення для розрахунку процесів за методом дробових кроків	24
<i>Курниш А.В.</i> Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду ортогональним перетворенням	32
<i>Циганок Л.В., Литовченко Я.В.</i> Геодезичні лінії на гладких конічних поверхнях.....	34
2. ФІЗИКА ТА АСТРОНОМІЯ	38
<i>Аніщенко В.О.</i> До питання про постійну складову в спектрах Фарадеївського обертання та упорядкування В твердих розчинах $(\text{InAs})_x - (\text{CdTe})_{1-x}$	38
<i>Аніщенко В.О.</i> Ефект Фарадея в арсеніді галію, одночасно легованому донорною (Te) і акцепторною (Cd) домішками	41
<i>Аніщенко В.О.</i> ТермоЕРС та ефективна маса дірок в ZnSnAs_2 та ZnGeAs_2	44
<i>Аніщенко В.О., Грищенко Г.П.</i> Визначення екваторіальних координат сонця за спостереженнями на астрономічному майданчику.....	47
<i>Венгер Є.Ф., Мельничук Л.Ю., Мельничук О.В., Булавенко П.Ю.</i> Збудження поверхневих електромагнітних хвиль в оптично-анізотропному сульфіді кадмію	49
<i>Венгер Є.Ф., Мельничук Л.Ю., Мельничук О.В., Сенченко О.В.</i> Спектри ІЧ-відбивання монокристала LiNbO_3 в області «залишкових променів»	55
<i>Венгер Є.Ф., Мельничук Л.Ю., Мельничук О.В., Семікіна Т.В., Хроколова Ю.І.</i> Дослідження тонких плівок ZnO на поверхні SiO_2 методом ІЧ-спектроскопії відбивання.....	59
<i>Євтушенко А.І., Мельничук О.В.</i> Магніторекфлексійний ефект у двошарових структурах $\text{ZnO}/6\text{H-SiC}$	65
<i>Зурушвілі Л., Зурушвілі Дж.</i> Про передвісників землетрусу (рос.).....	70
<i>Руденко М.П., Сибірякова Т.О.</i> Термопари, їх характеристики та способи виготовлення	71
3. ІНФОРМАТИКА.....	75
<i>Буй Д.Б., Компан С.В.</i> Критерії побудови суперкласу в об'єктно-орієнтованому програмуванні (рос.).....	75
<i>Глушко І.М.</i> Додаткові операції табличної алгебри	76
<i>Біловол Є.Б., Глушко І.М.</i> Розробка комп'ютерних ігор	86
<i>Євтушенко К.М., Чернишова Е.О.</i> Пошукові системи всесвітньої мережі	89
<i>Павлюк А.В.</i> Автоматизація поточного обліку успішності студентів	93
<i>Фетісов В.С.</i> Використання системи комп'ютерної графіки Maxima для перевірки статистичних гіпотез.....	95
4. МЕТОДИКА.....	100
<i>Варущик Н.П., Іллющенко Т.В.</i> Формування евристичної діяльності в процесі вивчення понять курсу алгебри і початків аналізу	100
<i>Головіна Н.О.</i> Проектне навчання у школі: значення та досвід.....	108

<i>Закалюжний В.М.</i> Особливості розвитку самостійного мислення учнів під час уроків-лекцій з фізики	113
<i>Іванов В.В.</i> Щодо викладання теми «Рекурсія»	116
<i>Ігнатенко В.А., Карпенко С.І., Кнорозок Л.М.</i> Використання інформаційно-комунікативних технологій на уроках фізики	117
<i>Ковальчук Ю.О.</i> Про співвідношення термінів «оцінювання» та «вимірювання».....	122
<i>Опанасенко В.Г.</i> Опорні конспекти на уроках математики	128
<i>Плавко Н.А., Чернишова Е.О.</i> Використання Wiki-технологій в освітній діяльності.....	133
<i>Творун О.В., Мельничук Л.Ю.</i> Діагностика формування навичок самоосвіти першокурсників ВТНЗ у процесі вивчення фундаментальних дисциплін....	135

5. ПАМ'ЯТІ ГЕОРГІЯ ВОРОНОГО 139

<i>Барило Н.А., Кравченко Є.М.</i> Вороний Георгій Федосійович – велет науки з української Журавки.....	139
<i>Закаріашвілі М.З.</i> Математичне мистецтво і віртуальне бачення мозаїки Вороного (рос.)	142
<i>Мельничук О.В.</i> Георгій Вороний – український учений-математик з Чернігівщини	143

Наукове видання

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ ЗАПИСКИ

Збірник наукових праць

Відповідальний редаткор – Ковальчук Ю.О.
Технічний редактор – Сливко В. П.
Верстка, макетування – Ковальчук Ю.О.

Книга друкується за авторським редагуванням

Підписано до друку 29.11.13
Гарнітура Computer Modern.
Замовлення №

Формат 60x84/8
Обл.-вид. арк. 5,5
Ум. друк. арк. 5,5

Папір офсетний
Тираж 50 прим.



Ніжинський державний університет
імені Миколи Гоголя.
м. Ніжин, вул. Воздвиженська, 3/4
(04631)7-19-72
E-mail: vidavn_ndu@mail.ru
www.ndu.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 2137 від 29.03.05 р.